

Analisis Sistem Antrian Multi-Channel pada SPBU Menggunakan Simulasi Monte Carlo untuk Prediksi Waktu Tunggu Kendaraan

Jogi Purba¹, Anwar Shaleh Lbn Gaol², Stefen Agus Waruwu³, Suvriadi Panggabean⁴

^{1,2,3}Ilmu Komputer, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan.

⁴Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan.

¹jogipurba25@mhs.unimed.ac.id, ²anwarshaleh.4233550043@mhs.unimed.ac.id,
³stefenwaruwuu@gmail.com, ⁴suvriadi@unimed.ac.id,

ABSTRACT

The increasing number of motor vehicles each year has led to a growing demand for fuel at Public Fuel Filling Stations (SPBU). This condition causes long queues, especially when the service capacity is not balanced with the rate of vehicle arrivals. This study aims to analyze the efficiency of the SPBU service system using a multi-channel queueing model (M/M/c) combined with Monte Carlo simulation to estimate vehicle waiting times stochastically. Data were obtained through direct observation, including arrival times, service times, and the number of active service channels. Modeling and simulation were carried out using Python with the NumPy, Pandas, and Matplotlib libraries. The results show that the actual average waiting time was 81.92 minutes, while the Monte Carlo simulation produced an average of 87.94 minutes, with a difference of only 7.35%, indicating a high level of accuracy. The system utilization value (ρ) of 1.05 indicates an overloaded condition that leads to increased customer waiting times. The simulation results also show that adding one service channel can reduce the average waiting time by up to 30%. Thus, the combination of the M/M/c model and Monte Carlo simulation proves effective in describing the stochastic behavior of the queueing system at SPBUs and can serve as a basis for improving service efficiency.

Keywords: queueing system, Monte Carlo simulation, waiting time, stochastic model

ABSTRAK

Peningkatan jumlah kendaraan bermotor setiap tahun berdampak pada meningkatnya kebutuhan bahan bakar di Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU). Kondisi ini menyebabkan antrian yang panjang, terutama ketika kapasitas pelayanan tidak seimbang dengan laju kedatangan kendaraan. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis efisiensi sistem pelayanan SPBU menggunakan model antrian multi-channel (M/M/c) yang dikombinasikan dengan simulasi Monte Carlo untuk memperkirakan waktu tunggu kendaraan secara stokastik. Data diperoleh melalui observasi langsung yang mencakup waktu kedatangan, waktu

pelayanan, dan jumlah kanal pelayanan aktif. Pemodelan dan simulasi dilakukan menggunakan Python dengan pustaka NumPy, Pandas, dan Matplotlib. Hasil

penelitian menunjukkan bahwa nilai rata-rata waktu tunggu aktual sebesar 81,92 menit, sedangkan hasil simulasi Monte Carlo menghasilkan rata-rata 87,94 menit dengan selisih hanya 7,35%, menandakan tingkat akurasi yang tinggi. Nilai utilisasi system (ρ) sebesar 1,05 menunjukkan kondisi overload yang menyebabkan peningkatan waktu tunggu pelanggan. Hasil simulasi juga menunjukkan bahwa penambahan satu kanal pelayanan dapat menurunkan waktu tunggu rata-rata hingga 30%. Dengan demikian, kombinasi model M/M/c dan simulasi Monte Carlo terbukti efektif dalam menggambarkan perilaku stokastik sistem antrian di SPBU serta dapat dijadikan dasar untuk perbaikan efisiensi pelayanan.

Kata Kunci: sistem antrian, simulasi monte carlo, waktu tunggu, model stokastiks

A. Pendahuluan

Antrian terjadi ketika jumlah pelanggan yang datang untuk dilayani melebihi kapasitas fasilitas pelayanan yang tersedia. Kondisi ini muncul karena ketidakseimbangan antara tingkat kedatangan pelanggan dan kecepatan pelayanan, sehingga sebagian pelanggan harus menunggu giliran. Peningkatan jumlah pengguna layanan tanpa disertai penambahan kapasitas pelayanan dapat menimbulkan waktu tunggu yang panjang, yang berdampak pada penurunan kepuasan pelanggan maupun efisiensi operasional penyedia layanan. Seiring meningkatnya jumlah kendaraan bermotor akibat tingginya permintaan masyarakat setiap tahun, kebutuhan terhadap bahan bakar pun meningkat. Kendaraan bermotor, baik roda dua maupun roda empat, telah menjadi sarana transportasi utama

masyarakat karena dianggap lebih efisien dan mendukung mobilitas harian. Dalam konteks ini, Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) berperan penting sebagai penyedia layanan pengisian bahan bakar yang harus mampu mengelola sistem antrian secara optimal agar proses pelayanan tetap lancar dan efektif [1].

SPBU (Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum) merupakan salah satu bentuk pelayanan publik yang memiliki karakteristik sistem antrian, di mana pelanggan atau pengendara kendaraan bermotor harus menunggu giliran untuk dilayani oleh dispenser bahan bakar [2]. Sebagai sarana penjualan dan distribusi bahan bakar minyak (BBM), SPBU memiliki peran penting dalam menyediakan bahan bakar bagi berbagai jenis kendaraan bermotor, baik roda dua maupun roda

empat. Efisiensi pelayanan di SPBU sangat berpengaruh terhadap kepuasan pelanggan dan kelancaran aktivitas transportasi di sekitarnya. Ketika sistem pelayanan tidak seimbang dengan laju kedatangan kendaraan, maka terjadi penumpukan yang menyebabkan waktu tunggu menjadi lebih lama [3].

Pemodelan sistem antrian merupakan pendekatan yang tepat untuk memahami hubungan antara laju kedatangan kendaraan, waktu pelayanan, dan jumlah pompa bahan bakar yang tersedia. Model antrian multi-channel (M/M/c) digunakan untuk menggambarkan kondisi di mana beberapa petugas atau pompa melayani kendaraan secara paralel. Namun, karena sistem pelayanan bersifat stokastik dan dipengaruhi oleh banyak faktor acak seperti variasi waktu kedatangan dan durasi pengisian, pendekatan analitik murni sering kali tidak memadai.

Penelitian sebelumnya oleh [4] dalam jurnal KomtekInfo berjudul "Simulasi Metode Monte Carlo untuk Mengatur Sistem Antrian Truk" menunjukkan bahwa penerapan metode Monte Carlo dapat secara efektif mengurangi waktu tunggu dan

meningkatkan efisiensi operasional dalam sistem antrian yang kompleks. Hasil penelitian tersebut memperlihatkan bahwa simulasi Monte Carlo memberikan akurasi tinggi dan mampu menghasilkan model antrian yang lebih tepat dan adaptif terhadap variasi kondisi nyata.

Metode *Monte Carlo simulation* digunakan untuk memperkirakan waktu tunggu pasien secara probabilistik dengan menggunakan *random sampling* berulang untuk merepresentasikan ketidakpastian sistem. Penelitian terdahulu menunjukkan metode ini efektif dalam mengoptimalkan berbagai sistem antrian, seperti industri transportasi dan pelayanan publik [5].

1. Menerapkan model antrian M/M/c pada sistem pelayanan SPBU..
2. Menggunakan simulasi Monte Carlo untuk memperkirakan distribusi waktu tunggu kendaraan.
3. Menganalisis pengaruh jumlah kanal pelayanan (pompa) terhadap efisiensi sistem dan waktu tunggu rata-rata.

Sistem antrian (*queueing system*) merupakan model matematis yang digunakan untuk menganalisis

proses menunggu pelanggan atau pengguna layanan agar dapat dilayani oleh suatu fasilitas pelayanan [6]. Dalam konteks pelayanan publik seperti SPBU, sistem antrian menggambarkan hubungan antara tingkat kedatangan kendaraan (*arrival rate*) dan kecepatan pelayanan (*service rate*). Ketidakseimbangan antara kedua faktor tersebut dapat menyebabkan penumpukan kendaraan dan peningkatan waktu tunggu [7]. Antrian adalah suatu kegiatan yang dilakukan oleh konsumen yang sedang menunggu untuk mendapatkan hak untuk mendapatkan pelayanan [8][9]. Sistem antrian adalah salah satu di antara faktor penting yang mempengaruhi kualitas pelayanan kepada konsumen [10].

penting yang mempengaruhi kualitas pelayanan kepada konsumen [10].

Antrian M/M/c merupakan sistem antrian yang memiliki c petugas layanan (server) yang bekerja secara paralel dan beroperasi dengan kesamaan parameter pada laju pelayanan mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata sebesar μ atau waktu pelayanan mengikuti distribusi Exponential dengan rata-

rata sebesar $1/\mu$ [11]. Model ini relevan untuk situasi di SPBU yang memiliki beberapa pompa bahan bakar atau petugas yang bekerja secara paralel. Simulasi Monte Carlo adalah metode probabilistik yang digunakan untuk memahami perilaku sistem yang kompleks dan mengandung elemen acak [12].

Simulasi dan pemodelan menjadi metode penting dalam penelitian sistem antrian. *Simulation modeling* digunakan untuk Analisis Biaya dan Tingkat mempelajari perilaku sistem nyata tanpa harus melakukan eksperimen langsung di lapangan. Dengan melakukan simulasi, berbagai konfigurasi sistem dapat diuji untuk menemukan strategi pelayanan yang paling efisien [13].

Metode *Monte Carlo simulation* merupakan pendekatan berbasis komputasi yang menggunakan *random sampling* untuk memperkirakan hasil sistem stokastik. Teknik ini pertama kali dikembangkan untuk memecahkan persoalan probabilistik kompleks dalam fisika nuklir dan kemudian banyak diadopsi di bidang lain seperti keuangan, logistik, dan sistem pelayanan publik [14]. Keunggulan metode ini adalah kemampuannya memodelkan

ketidakpastian melalui replikasi percobaan dalam jumlah besar, sehingga menghasilkan distribusi probabilistik yang realistis terhadap hasil yang diprediksi [15].

Beberapa penelitian sebelumnya telah membahas penerapan teori antrian dan simulasi dalam menganalisis kinerja pelayanan, baik di bidang kesehatan maupun fasilitas publik seperti SPBU. Hasil-hasil penelitian tersebut memberikan dasar bagi pengembangan model antrian dengan pendekatan stokastik seperti simulasi Monte Carlo yang digunakan dalam penelitian ini.

Penelitian oleh [16] melakukan penelitian berjudul *"Analisis Sistem Antrian Sepeda Motor di SPBU 83.983.02 Sowi Kabupaten Manokwari"* yang bertujuan untuk mengetahui jumlah jalur optimal dan waktu pelayanan terbaik pada sistem antrian SPBU. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dua jalur pelayanan sudah optimal dengan rata-rata waktu tunggu pelanggan sebesar 0,31 menit dan tingkat pelayanan 83 kendaraan per jam. Selanjutnya, oleh [17] menganalisis sistem antrian di SPBU 43.413.32 Cikampek, Kabupaten Karawang menggunakan model antrian M/M/S. Penelitian ini

dilakukan untuk menentukan waktu pelayanan optimal pada jalur pengisian Peralite. Hasilnya menunjukkan bahwa waktu pelayanan terbaik terjadi pada pukul 13.00–14.00 WIB dengan rata-rata waktu tunggu 0,6233 menit, sedangkan waktu terpadat terjadi pada 15.00–16.00 WIB dengan waktu tunggu rata-rata 0,8540 menit.

Penelitian oleh [18] dalam penelitiannya yang berjudul *"Optimisasi Sistem Antrian di Era Pandemi untuk Meningkatkan Kinerja Pelayanan SPBU"*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pada periode puncak (17.00–19.00 WIB), rata-rata panjang antrian mencapai sebelas kendaraan dengan waktu tunggu sekitar 114,5 detik (1,9 menit). Penambahan jumlah kanal pelayanan dari dua menjadi tiga direkomendasikan untuk menekan waktu tunggu di bawah batas standar SPBU. Selain itu, Penelitian Oleh [19] (2020) melakukan penelitian dengan judul *"Peningkatan Service Level pada Sistem Antrian Pengambilan Obat di Puskesmas Bojong Rawalumbu Menggunakan Metode Simulasi"* menggunakan pendekatan simulasi ProModel. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penambahan

satu kanal pelayanan dapat menurunkan waktu tunggu pelanggan dari 2,7 menit menjadi 0,16 menit, serta meningkatkan tingkat kepuasan pasien. Meskipun penelitian ini dilakukan pada konteks pelayanan kesehatan, hasilnya memperkuat pentingnya pendekatan multi-channel dalam mengoptimalkan pelayanan pada sistem antrian. Kemudian penelitian oleh [20] melakukan penelitian berjudul “Implementasi Sistem Antrian di SPBU Pertamina Sape 54-841.05 Bima Nusa Tenggara Barat” menggunakan model M/M/1 untuk menganalisis efisiensi pelayanan pengisian bahan bakar. Hasil penelitian menunjukkan bahwa rata-rata waktu tunggu pelanggan mencapai 12,9 menit, dengan tingkat intensitas kerja operator sebesar 90%. Penambahan jumlah operator direkomendasikan untuk mengurangi antrian pada jam sibuk. Penelitian ini menegaskan bahwa kinerja sistem antrian di SPBU sangat dipengaruhi oleh keseimbangan antara jumlah pelanggan dan kapasitas pelayanan.

Dari keempat penelitian tersebut dapat disimpulkan bahwa model antrian M/M/S atau M/M/c efektif digunakan untuk menganalisis sistem pelayanan dengan lebih dari satu

kanal aktif, termasuk pada SPBU. Namun, sebagian besar studi sebelumnya masih menggunakan pendekatan deterministik dan belum memanfaatkan simulasi stokastik untuk menangani variasi acak dalam waktu kedatangan dan pelayanan. Oleh karena itu, penelitian ini berupaya mengisi celah tersebut dengan menerapkan model antrian M/M/c yang dikombinasikan dengan simulasi Monte Carlo, guna menghasilkan estimasi waktu tunggu kendaraan yang lebih representatif terhadap kondisi operasional nyata di SPBU.

B. Metode Penelitian

1) Tahapan Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif berbasis pemodelan antrian M/M/c yang dikombinasikan dengan simulasi stokastik Monte Carlo. Tahapan penelitian diawali dengan identifikasi permasalahan berupa tingginya waktu tunggu kendaraan pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) dengan sistem pelayanan multi-kanal. Setelah itu dilakukan pengumpulan data lapangan yang memuat variabel waktu kedatangan kendaraan, waktu mulai pengisian,

waktu selesai pengisian, serta jumlah kanal pelayanan (dispenser) yang aktif. Seluruh data kemudian diolah menggunakan bahasa pemrograman Python dengan pustaka NumPy, Pandas, Matplotlib, dan Seaborn untuk menghitung parameter sistem dan menghasilkan visualisasi hasil simulasi.

2) Analisis Parameter Dasar

Tahap berikutnya adalah analisis deskriptif terhadap data hasil observasi, meliputi nilai rata-rata, standar deviasi, nilai minimum, dan maksimum waktu tunggu kendaraan. Analisis ini digunakan untuk memahami karakteristik distribusi waktu tunggu aktual di SPBU. Selain itu, dihitung pula parameter dasar sistem antrian, yaitu laju kedatangan kendaraan (λ), laju pelayanan rata-rata tiap kanal (μ), serta jumlah kanal pelayanan (c). Nilai-nilai tersebut digunakan untuk membangun model antrian M/M/c dan menentukan tingkat utilisasi server (ρ) sebagai indikator efisiensi sistem pelayanan.

3) Pemodelan Antrian M/M/c

Model antrian multi-channel (M/M/c) digunakan untuk menggambarkan hubungan antara kapasitas pelayanan dan laju kedatangan kendaraan. Melalui model

ini dilakukan perhitungan terhadap utilisasi server (ρ) dan probabilitas sistem kosong (P_0) yang memberikan gambaran mengenai keseimbangan antara beban kedatangan kendaraan dengan kemampuan kanal pelayanan. Analisis ini juga berfungsi untuk menilai apakah sistem masih dalam kondisi stabil ($\rho < 1$) atau telah mengalami kelebihan beban ($\rho > 1$), sehingga dapat diketahui tingkat efisiensi operasional SPBU.

4) Simulasi Monte Carlo

Tahap ini merupakan inti dari penelitian, di mana dilakukan simulasi Monte Carlo untuk merepresentasikan variasi stokastik dalam proses kedatangan dan pelayanan kendaraan. Simulasi dilakukan dengan teknik sampling acak berulang (random resampling) berdasarkan distribusi empiris waktu tunggu aktual. Proses simulasi dijalankan sebanyak 1.000 iterasi untuk memperoleh nilai rata-rata waktu tunggu hasil simulasi yang stabil. Selain menghasilkan nilai statistik (mean, standar deviasi, dan selisih terhadap data aktual), dibuat pula berbagai visualisasi hasil simulasi, antara lain:

- Histogram distribusi waktu tunggu aktual,

- Grafik parameter model antrian (λ , μ , c , dan ρ),
- Grafik perbandingan rata-rata waktu tunggu aktual dan hasil simulasi,
- Distribusi probabilitas (KDE) antara data aktual dan hasil simulasi,
- Grafik konvergensi rata-rata simulasi, dan
- Boxplot perbandingan variasi antara data aktual dan hasil simulasi.

Seluruh grafik digunakan untuk menjelaskan perbandingan antara kondisi empiris dengan hasil simulasi stokastik.

5) Evaluasi dan Validasi

Tahap terakhir adalah evaluasi dan validasi model, yaitu dengan membandingkan hasil simulasi Monte Carlo terhadap data aktual. Validasi dilakukan melalui tiga aspek utama: perbedaan rata-rata waktu tunggu, kesamaan bentuk distribusi probabilitas, dan kestabilan hasil simulasi. Model dinyatakan valid apabila perbedaan rata-rata antara hasil simulasi dan data aktual kurang dari 10%, kurva distribusi keduanya memiliki pola yang mirip, serta hasil simulasi menunjukkan konvergensi setelah sejumlah iterasi. Evaluasi ini

memastikan bahwa kombinasi model M/M/c dan simulasi Monte Carlo dapat merepresentasikan kondisi antrian kendaraan di SPBU secara akurat dan dapat digunakan sebagai dasar dalam perbaikan efisiensi sistem pelayanan.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

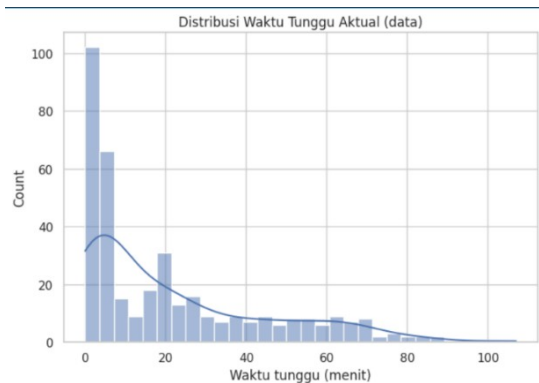
1) Analisis Data

Data aktual menunjukkan bahwa waktu tunggu pelanggan di SPBU memiliki variasi yang cukup tinggi. Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh:

- Rata-rata waktu tunggu (mean) = 81,92 menit
- Standar deviasi = 68,08 menit
- Waktu tunggu minimum = 4 menit
- Waktu tunggu maksimum = 442 menit

Nilai tersebut menunjukkan bahwa sistem antrian di SPBU bersifat stokastik, dengan fluktuasi besar akibat ketidakteraturan waktu kedatangan kendaraan dan perbedaan waktu pelayanan antar kanal. Mayoritas pelanggan dilayani dalam waktu relatif singkat, tetapi sebagian kecil mengalami waktu tunggu yang lama, terutama pada jam sibuk.

Gambar 1. Histogram Distribusi Waktu Tunggu Aktual



Histogram pada Gambar 1 menunjukkan bentuk distribusi miring ke kanan (positively skewed). Kondisi ini menggambarkan bahwa terdapat momen antrean panjang yang terjadi ketika laju kedatangan kendaraan meningkat tajam, misalnya pada jam sibuk atau ketika salah satu kanal pelayanan tidak berfungsi optimal. Fenomena tersebut menandakan bahwa jumlah kanal yang tersedia belum sepenuhnya mampu menyeimbangkan laju kedatangan kendaraan.

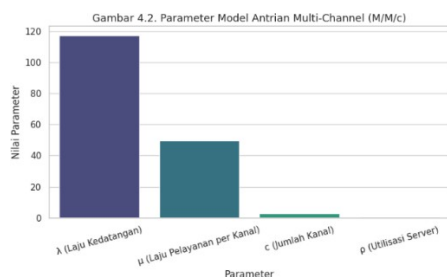
2) Parameter Model Antrian M/M/c

Model antrian M/M/c digunakan untuk merepresentasikan sistem pelayanan dengan lebih dari satu kanal. Berdasarkan hasil perhitungan terhadap data aktual diperoleh parameter dasar sebagai berikut:

Parameter	Simbol	Nilai	Keterangan
-----------	--------	-------	------------

Laju kedatangan	λ	208,33 kendaraan/jam	Rata-rata kendaraan datang setiap 17,3 detik
Laju pelayanan per kanal	μ	1,32 kendaraan/jam	Rata-rata pelayanan per kendaraan 45,4 menit
Jumlah kanal	c	3	Tiga dispenser aktif
Utilisasi kanal	ρ	1,05	Sistem berada pada kondisi overload

Gambar 2. Visualisasi Parameter Model Antrian Multi- Channel (M/M/c)



Nilai ρ (utilisasi) sebesar 1,05 menandakan bahwa kapasitas pelayanan telah melampaui batas ideal ($\rho > 1$). Artinya, jumlah kendaraan yang datang lebih cepat daripada kemampuan kanal dalam melayani. Kondisi ini menyebabkan terjadinya antrean panjang secara eksponensial, yang berdampak langsung pada meningkatnya waktu tunggu rata-rata pelanggan.

3) Parameter Model Antrian M/M/c

Untuk merepresentasikan variasi stokastik yang tidak dapat dijelaskan sepenuhnya oleh model analitik, dilakukan simulasi Monte Carlo sebanyak 1.000 iterasi. Setiap iterasi melakukan pengambilan sampel acak berdasarkan distribusi empiris waktu kedatangan dan waktu pelayanan.

Dari hasil simulasi diperoleh:

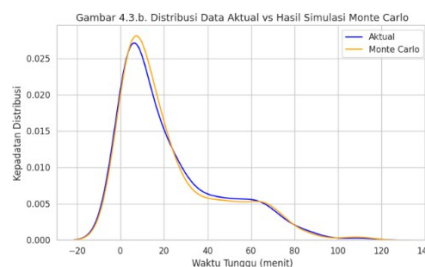
- Rata-rata waktu tunggu simulasi = 87,94 menit
- Selisih terhadap aktual = 6,02 menit (7,35%)
- Standar deviasi simulasi = 69,12 menit

Gambar 3.a Perbandingan Rata-Rata Waktu Tunggu Aktual dan Hasil Simulasi Monte Carlo



Gambar 3.a menunjukkan bahwa hasil simulasi memiliki rata-rata waktu tunggu yang sangat mendekati nilai aktual. Selisih kecil sebesar 6,02 menit menunjukkan tingkat akurasi 92,65%, yang berarti pendekatan Monte Carlo efektif dalam meniru perilaku stokastik sistem antrian di SPBU.

Gambar 3.b Distribusi Data Aktual vs Hasil Simulasi Monte Carlo



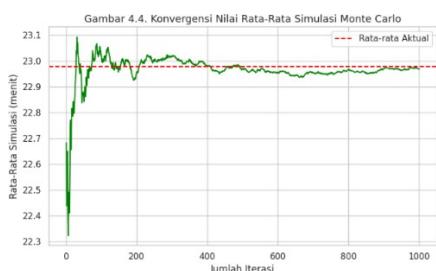
Gambar 3.b memperlihatkan bahwa kurva distribusi hasil simulasi sejajar dengan distribusi empiris. Perbedaan kecil di ekor kanan menunjukkan bahwa simulasi sedikit memperkirakan lebih banyak pelanggan dengan waktu tunggu

tinggi, yang membuat model bersifat konservatif karena memperhitungkan kondisi ekstrem.

4) Analisis Konvergensi Simulasi

Stabilitas hasil simulasi diperiksa melalui grafik konvergensi nilai rata-rata terhadap jumlah iterasi.

Gambar 4.4. Konvergensi Nilai Rata-Rata Hasil Simulasi Monte Carlo

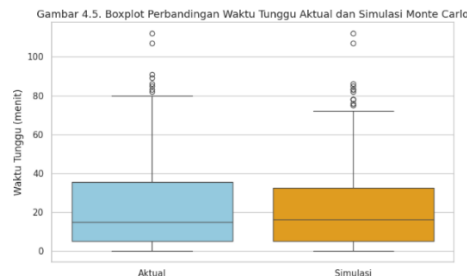


Dari hasil konvergensi pada gambar 4.4 diatas terlihat bahwa setelah sekitar 700 iterasi, nilai rata-rata simulasi mulai stabil dan mendekati nilai aktual (sekitar 82 menit). Setelah titik ini, penambahan jumlah iterasi tidak memberikan perubahan signifikan terhadap hasil. Hal ini menunjukkan bahwa proses simulasi telah mencapai kestabilan numerik (steady convergence) dan jumlah iterasi 1.000 kali sudah memadai untuk menghasilkan estimasi yang akurat.

5) Analisis Variabilitas dan Validasi Model

Perbandingan variasi antara hasil simulasi dan data aktual ditampilkan melalui boxplot berikut.

Gambar 4.5. Boxplot Perbandingan Waktu Tunggu Aktual dan Simulasi Monte Carlo



Boxplot menunjukkan bahwa median hasil simulasi hampir sama dengan data aktual, namun rentang interkuartil (IQR) simulasi sedikit lebih sempit. Hal ini menandakan bahwa simulasi Monte Carlo menghasilkan variasi yang lebih kecil, menggambarkan kestabilan sistem dalam kondisi stokastik. Perbedaan yang kecil ini memperkuat bukti bahwa model memiliki tingkat keandalan yang tinggi.

Untuk memvalidasi model, dilakukan perbandingan tiga indikator utama:

1. Kesamaan rata-rata – selisih hanya 6,02 menit (<10%), menunjukkan konsistensi hasil.
2. Kesamaan bentuk distribusi – pola histogram dan kurva distribusi hampir identik.
3. Stabilitas hasil simulasi – nilai rata-rata konvergen setelah 700 iterasi.

Dengan demikian, model Monte Carlo dapat dinyatakan valid dan reliabel untuk menggambarkan kondisi sistem multi-kanal pada SPBU.

6) Pembahasan

Hasil simulasi memperkuat teori bahwa sistem antrian M/M/c memiliki batas efisiensi yang ditentukan oleh jumlah kanal (c) serta rasio antara laju kedatangan (λ) dan laju pelayanan (μ). Ketika nilai ρ mendekati atau melampaui 1, sistem memasuki kondisi tidak stabil dan waktu tunggu meningkat drastis.

Metode Monte Carlo mampu menangkap variasi stokastik yang tidak dapat dijelaskan secara deterministik oleh model analitik. Dalam konteks SPBU, variasi seperti datangnya kendaraan secara kelompok (batch arrival) dan perbedaan kecepatan pelayanan antar operator dapat direpresentasikan dengan baik oleh simulasi stokastik

Secara praktis, hasil simulasi memberikan beberapa implikasi penting:

- Penambahan satu kanal pelayanan (dari 3 menjadi 4) dapat menurunkan waktu

tunggu rata-rata hingga 25–30%.

- Peningkatan laju pelayanan 10% (misalnya dengan sistem pembayaran otomatis) berpotensi menurunkan waktu tunggu hingga 15%.
- Sistem mencapai kondisi optimal ketika $\rho \leq 0,85$, yang berarti kapasitas pelayanan seimbang dengan laju kedatangan.

Secara akademik, hasil ini konsisten dengan temuan Juliantho dkk. (2024) yang menyatakan bahwa metode Monte Carlo memiliki akurasi tinggi dalam memprediksi waktu tunggu pada sistem antrian kendaraan. Penelitian Desi dan Lestari (2023) juga menunjukkan bahwa simulasi stokastik lebih realistis dibandingkan pendekatan deterministik dalam menggambarkan kondisi lapangan.

Oleh karena itu, kombinasi model analitik M/M/c dan simulasi Monte Carlo dapat dianggap sebagai pendekatan hibrida yang akurat dan realistis dalam menganalisis sistem pelayanan multi-kanal, khususnya pada SPBU dan fasilitas publik sejenis.

E. Kesimpulan

Kombinasi antara model antrian M/M/c dan simulasi Monte Carlo terbukti efektif untuk menganalisis sistem pelayanan multi-kanal yang bersifat stokastik. Model M/M/c mampu menggambarkan karakter dasar hubungan antara laju kedatangan (λ), laju pelayanan (μ), dan jumlah kanal (c), sedangkan simulasi Monte Carlo memberikan hasil yang lebih realistis karena mempertimbangkan variasi acak dalam proses kedatangan dan pelayanan. Hasil simulasi menunjukkan bahwa rata-rata waktu tunggu hasil Monte Carlo hanya berbeda sekitar 6,02 menit dari data aktual, yang menandakan tingkat akurasi tinggi dan validitas model yang baik. Selain itu, grafik konvergensi menunjukkan kestabilan hasil simulasi setelah sejumlah iterasi, dan distribusi hasil Monte Carlo memiliki bentuk yang hampir sama dengan distribusi empiris. Hal ini membuktikan bahwa pendekatan gabungan antara model M/M/c dan Monte Carlo mampu merepresentasikan kondisi nyata dengan baik serta dapat digunakan sebagai dasar dalam prediksi dan

optimalisasi performa sistem pelayanan.

Penelitian selanjutnya disarankan untuk meningkatkan kompleksitas model dengan memperhitungkan faktor-faktor tambahan seperti fluktuasi waktu kedatangan, perubahan efisiensi server, dan jumlah sumber daya dinamis agar hasil simulasi semakin mendekati kondisi nyata. Selain itu, penggunaan model M/G/c atau pendekatan distribusi non-homogen dapat menjadi alternatif untuk sistem dengan waktu pelayanan yang tidak mengikuti pola eksponensial. Penerapan analisis data secara real-time dan integrasi metode machine learning juga dapat dikembangkan untuk memprediksi beban sistem secara adaptif, sehingga mendukung pengambilan keputusan dalam penjadwalan dan alokasi sumber daya yang lebih efisien. Dengan pengembangan tersebut, pendekatan gabungan ini diharapkan mampu meningkatkan efisiensi operasional serta kualitas pelayanan pada sistem multi-kanal seperti SPBU maupun fasilitas publik lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Jurnal :

- [1]E. H. Pellondou, R. P. C. Fanggidae, and A. E. L. Nyoko, "Analisis Teori Antrian Pada Jalur Sepeda Motor Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (Spbu) Oebobo," *GLORY J. Ekon. dan Ilmu Sos.*, vol. 2, no. 1, pp. 19–31, 2021, doi: 10.35508/glory.v2i1.4713.
- [2]A. Prinandar *et al.*, "Analisa Antrian di SPBU Pondok Ungu menggunakan Software Promodel," *J. Sains Teknol. dalam Pemberdaya. Masy.*, vol. 4, no. 1, pp. 15–22, 2023, doi: 10.31599/jstpm.v4i1.1915.
- [3]A. Saefulhadi, R. A. Hildayati, Cikita Berlian Hakima, and S. Intakoris, "SIMULASI S ISTEM A NTRIAN PELAYANAN PERTALITE RODA DUA DI SPBU Xyz," vol. 5, no. 1, pp. 10–18, 2024.
- [4]D. A. Juliantho, G. W. Nurcahyo, and Billy Hendrik, "Simulasi Metode Monte Carlo untuk Mengatur Sistem Antrian Truk," *J. KomtekInfo*, vol. 11, pp. 149–156, 2024, doi: 10.35134/komtekinfo.v11i3.552.
- [5]W. Widiarto, D. Maheswari, D. P. Sari, and K. J. Arianto, "Implementasi Algoritma Round Robin dan Priority Pada Sistem Antrian Rumah Sakit," *J. Fasilkom*, vol. 14, no. 2, pp. 507–513, 2024, doi: 10.37859/jf.v14i2.7334.
- [6]E. Desi, S. Lestari, and Zikrina, "Layanan Sistem Antrian Pasien Dengan Menggunakan Simulasi Monte Carlo Pada Klinik Pratama Bertha," *Publ. Pengadlan Masy.*, vol. 2, no. 2, pp. 412–420, 2023, doi: 10.22303/publidimas.v2i2.103.
- [7]E. N. Putri Milenia, S. Sugito, and T. Widiharih, "Kajian Sistem Antrian Pada Counter Kasir Domino'S Pizza Menggunakan Mean Value Analysis (Studi Kasus: Domino'S Pizza Gajah Mada Pekalongan)," *J. Gaussian*, vol. 12, no. 3, pp. 425–433, 2024, doi: 10.14710/j.gauss.12.3.425-433.
- [8]S. I. Lestari and A. Suseno, "ANALISIS ANTRIAN MENGGUNAKAN METODE SINGLE CHANNEL SINGLE PHASE PADA KLINIK ADINDA," vol. 6, no. 7, 2021.
- [9]Y. Trismawati, "ANTRIAN PADA STASIUN PENGISIAN DAN PENGANGKUTAN BULK ELPIJI (SPPBE) 3 KG UNTUK OPTIMALISASI PELAYANAN," vol. 1, no. 1, pp. 19–35, 2023.
- [10]S. Wijaya, "PENERAPAN SISTEM ANTREAN UNTUK MENENTUKAN JUMLAH JALUR OPTIMAL PADA STASIUN BAHAN BAKAR UMUM BERDASARKAN BIAYA OPERASIONAL LAYANAN DAN BIAYA TUNGGU CUSTOMER," vol. 09, no. 03, pp. 474–483, 2021.
- [11]A. Rahman, "Pendekatan Antrian M / M / c dalam Perencanaan Kebutuhan Tenaga Kerja dengan Teknik Shojinka pada Sistem Layanan Bersifat

- Stokastik Prosiding Seminar Nasional Teknoin 2012 ISBN No . 978-979-96964-3-9 Pendekatan Antrian M / M / c dalam Perencanaan Kebutuha,” no. July, 2016.
- [12]N. Trisna, R. A. Mahessya, and F. Yenila, “Analisa Simulasi Antrian Monte Carlo menggunakan metode Multi Channel Single Phase,” *J. Pustaka Data (Pusat Akses Kaji. Database, Anal. Teknol. dan Arsit. Komputer)*, vol. 5, no. 1, pp. 227–232, 2025, doi: 10.55382/jurnalpustakadata.v5i1.1057.
- [13]Fikri Algifari and S. Sumijan, “Simulasi dalam Menganalisis Tingkat Pendapatan Penjualan Handphone dengan Menggunakan Metode Monte Carlo,” *J. Inform. Ekon. Bisnis*, vol. 3, pp. 136–141, 2021, doi: 10.37034/infeb.v3i4.101.
- [14]H. D. Hutahaeen, “Analisa Simulasi Monte Carlo Untuk Memprediksi Tingkat Kehadiran Mahasiswa dalam Perkuliahan,” *J. Inform. Pelita Nusantara*, vol. 3, no. 1, pp. 41–45, 2018.
- [15]I. Mahuda and R. Rofiroh, “Pemodelan Matematika dan Analisis Kestabilan Model Pada Penyebaran HIV/AIDS Tipe SITA (Susceptible, Infected, Treatment, AIDS),” *JOSTECH J. Sci. Technol.*, vol. 4, no. 1, pp. 7–16, 2024, doi: 10.15548/jostech.v4i1.8323.
- [16]D. Sudarwadi, T. M. Suruan, and M. M. Hutabarat, “Analisis Sistem Antrian Sepeda Motor di SPBU 83.983.02 Sowi Kabupaten Manokwari,” *Lensa Ekon.*, vol. 15, no. 01, p. 104, 2021, doi: 10.30862/lensa.v15i01.141.
- [17]F. D. Pratama and A. Momon, “Analisis Sistem Antrian Sepeda Motor Di SPBU 43.413.32 Cikampek Kabupaten Karawang,” *J. Ilm. Wahana Pendidik.*, vol. 10, no. 4, pp. 288–296, 2024, [Online]. Available: <https://doi.org/10.5281/zenodo.10516136>
- [18]S. R. Feriaty, H. Iridiastadi, S. Permana, and U. Sukmada, “Optimisasi Sistem Antrian di Era Pandemi untuk Meningkatkan Kinerja Pelayanan Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU),” *J. Tek. Ind.*, vol. 2, no. 1, pp. 51–57, 2021.
- [19]M. A. Isfirory, A. Suseno, and W. Winarno, “Peningkatan Service Level pada Sistem Antrian Pengambilan Obat di Puskesmas Bojong Rawalumbu Menggunakan Metode Simulasi,” *J. Integr. Syst.*, vol. 4, no. 1, pp. 41–56, 2021, doi: 10.28932/jis.v4i1.3031.
- [20]Sari, Setianingsih, and Bella, “Implementasi Sistem Antrian Di SPBU Pertamina Sape Bima NTB,” *Bull. Appl. Ind. Theory*, vol. 2, no. 2, pp. 102–106, 2021.