

Analisis Volume Aspal Jalan Berlubang Menggunakan Integral Ganda

¹Della Olivia , ¹Devina Christien Manurung, ¹Jose Moreno Sembiring, ¹Ika Bela Sianturi, ¹Rona Anjelina, ¹Sukmaria Simanjuntak, ¹Suvriadi panggabean

¹Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Negeri Medan, Indonesia Korespondensi penulis, E-mail: ronaanjelina91@gmail.com, suvriadi@unimed.ac.id

Abstrack

This study aims to calculate the volume of asphalt material in potholes using a double integral approach to obtain more accurate results than visual estimation. The research was conducted on Wilmar Street, where five potholes of varying length, width, and depth were analyzed. Each measurement was modeled using a quadratic function

$F(x) = ax^2 + bx + c$, representing the hole's depth profile, and the volume was calculated through the equation

$V = \iint R F(x, y) dA$. One example of calculation for the third pothole, with a length of 1.2 m, width of 0.4 m, and depth varying between 0.05–0.07 m, produced a volume of 0.10488 m³ or 104.88 liters, with an asphalt weight of

241.22 kg and repair cost of approximately Rp 285,500. Overall, the five potholes had volumes ranging from 10.6 to 113.58 liters, totaling 325.1 liters, with a total repair cost of Rp 914,462. The results indicate that applying the double integral method is effective for estimating asphalt volume and repair costs accurately and efficiently.

Keywords: asphalt, double integral, pothole, repair cost, volume calculation

Abstark

Penelitian ini bertujuan menghitung volume material aspal pada jalan berlubang menggunakan pendekatan integral ganda untuk memperoleh hasil yang lebih akurat dibandingkan perkiraan visual. Lokasi penelitian berada di Jalan Wilmar dengan lima lubang jalan yang memiliki ukuran panjang, lebar, dan kedalaman berbeda. Setiap data pengukuran dimodelkan menggunakan fungsi kuadrat $F(x) = ax^2 + bx + c$, yang merepresentasikan bentuk kedalaman lubang, kemudian dihitung volumenya melalui persamaan $V = \iint R F(x, y) dA$. Salah satu contoh perhitungan pada lubang ke-3 dengan panjang 1,2 m, lebar 0,4 m, dan kedalaman bervariasi antara 0,05–0,07 m menghasilkan volume sebesar 0,10488 m³ atau 104,88 liter, dengan berat aspal 241,22 kg dan biaya perbaikan sekitar Rp

285.500. Secara keseluruhan, volume kelima lubang berkisar antara 10,6–113,58 liter dengan total 325,1 liter, dan biaya total mencapai Rp 914.462. Hasil ini menunjukkan bahwa penerapan integral ganda efektif digunakan untuk memperkirakan kebutuhan volume serta biaya perbaikan jalan secara matematis dan efisien.

Kata Kunci: *aspal, integral ganda, jalan berlubang, perhitungan volume, perbaikan jalan*

PENDAHULUAN

Kerusakan pada permukaan jalan merupakan permasalahan umum yang terus meningkat seiring waktu akibat pengaruh suhu, kelembapan, beban kendaraan, dan faktor cuaca. Salah satu bentuk kerusakan yang paling sering ditemukan adalah jalan berlubang (pothole), yang merupakan indikasi awal dari kegagalan struktur perkerasan jalan. Proses pendekripsi dan analisis bentuk lubang jalan menjadi aspek penting dalam kegiatan pemeliharaan infrastruktur, karena informasi geometri lubang dapat digunakan untuk memperkirakan tingkat kerusakan serta menentukan strategi perbaikan yang tepat (Abd Mukti & Tahar, 2022).

Kerusakan pada permukaan jalan merupakan salah satu permasalahan serius yang sering dijumpai di berbagai wilayah, terutama pada musim hujan. Kondisi jalan yang rusak seperti jalan berlubang dapat menimbulkan dampak negatif terhadap pengguna jalan, seperti meningkatnya risiko kecelakaan lalu lintas, kerusakan kendaraan, serta gangguan terhadap kelancaran aktivitas ekonomi masyarakat. Data dari Kementerian Pekerjaan Umum menunjukkan bahwa ribuan kilometer jalan di Indonesia masih berada dalam kondisi rusak, sehingga diperlukan sistem pemantauan dan perbaikan yang lebih efisien dan akurat (Darsono et al., 2021). Salah satu inovasi yang dikembangkan untuk mengatasi permasalahan tersebut adalah alat pendekripsi jalan berlubang berbasis sensor ultrasonik. Sensor ultrasonik bekerja dengan prinsip pantulan gelombang suara berfrekuensi tinggi, yang dapat mendekripsi keberadaan objek atau perubahan elevasi permukaan di depan sensor. Ketika sensor mengirimkan gelombang suara dan gelombang tersebut dipantulkan kembali dari suatu permukaan, waktu tempuh gelombang digunakan untuk menghitung jarak antara sensor dan permukaan. Prinsip inilah yang dimanfaatkan untuk

suatu permukaan, waktu tempuh gelombang digunakan untuk menghitung jarak antara sensor dan permukaan. Prinsip inilah yang dimanfaatkan untuk mengukur kedalaman, panjang, dan lebar lubang jalan. Dengan demikian, estimasi volume aspal menjadi lebih akurat dan dapat mendukung efisiensi biaya perbaikan.

Penelitian ini dilakukan di Jalan Wilmar, di mana ditemukan beberapa titik lubang dengan ukuran dan kedalaman bervariasi. Melalui pengukuran langsung di lapangan, pengolahan data, dan pemodelan.

-pada musim hujan. Kondisi jalan yang rusak seperti jalan berlubang dapat menimbulkan dampak negatif terhadap pengguna jalan, seperti meningkatnya risiko kecelakaan lalu lintas, kerusakan kendaraan, serta gangguan terhadap kelancaran aktivitas ekonomi masyarakat. Data dari Kementerian Pekerjaan Umum menunjukkan bahwa ribuan kilometer jalan di Indonesia masih berada dalam kondisi rusak, sehingga diperlukan sistem pemantauan dan perbaikan yang lebih efisien dan akurat (Darsono et al., 2021). Salah satu inovasi yang dikembangkan untuk mengatasi permasalahan tersebut adalah alat pendekripsi jalan berlubang berbasis sensor ultrasonik. Sensor ultrasonik bekerja dengan prinsip pantulan gelombang suara berfrekuensi tinggi, yang dapat mendekripsi keberadaan objek atau perubahan elevasi permukaan di depan sensor. Ketika sensor mengirimkan gelombang suara dan gelombang tersebut dipantulkan kembali dari suatu permukaan, waktu tempuh gelombang digunakan untuk menghitung jarak antara sensor dan permukaan. Prinsip inilah yang dimanfaatkan untuk

mengukur kedalaman, panjang, dan lebar lubang jalan. Dengan demikian, estimasi volume aspal menjadi lebih akurat dan dapat mendukung efisiensi biaya perbaikan.

Penelitian ini dilakukan di Jalan Wilmar, di mana ditemukan beberapa titik lubang dengan ukuran dan kedalaman bervariasi. Melalui pengukuran langsung di lapangan, pengolahan data, dan pemodelan.

KAJIAN TEORITIS

Integral berganda merupakan salah satu konsep penting dalam kalkulus multivariabel yang digunakan untuk menghitung besaran-besaran yang melibatkan dua variabel atau lebih. Dalam proses integrasi berganda, pengintegralan dilakukan secara berurutan terhadap masing-masing variabel, dengan memperlakukan salah satu variabel sebagai konstanta saat mengintegralkan terhadap variabel lainnya. Pendekatan ini serupa dengan proses diferensiasi parsial pada fungsi beberapa variabel (Zaidan, 2019).

Secara umum, integral berganda digunakan untuk menentukan luas suatu daerah, volume, maupun besaran fisik lain seperti massa dan momen inersia. Luas suatu daerah tertutup pada bidang datar dapat dihitung melalui integral ganda dengan fungsi yang diintegralkan bernilai satu. Dengan demikian, nilai integral ganda tersebut merepresentasikan ukuran luas dari daerah yang dibatasi oleh kurva tertentu.

Integral lipat dua dan tiga digunakan untuk menghitung luas permukaan dan volume benda tiga dimensi seperti silinder, bola, dan kerucut (Azmi & Hendrajaya, 2016). Melalui penerapan integral lipat, berbagai bentuk geometris dapat dianalisis secara matematis untuk memperoleh nilai luas atau volume yang akurat. Penerapan ini tidak hanya penting dalam teori matematika, tetapi juga sangat berguna dalam rekayasa dan teknik sipil, termasuk dalam perhitungan volume material pada proyek perkerasan jalan. Secara umum, luas daerah di bawah kurva pada bidang Cartesius yang dibatasi oleh fungsi kontinu $y = f(x)$ pada interval $[a, b]$ dapat dihitung dengan integral tentu:

$$L = \int_a^b f(x) dx \dots \dots \dots (1)$$

Rumus 1. Luas daerah dibawah kurva
(Sumber: *Kalkulus* oleh Purcell & Varberg)

Secara umum, volume suatu benda padat yang berada di bawah permukaan $z = f(x, y)$ di atas daerah R pada bidang xy dapat dihitung menggunakan rumus integral ganda berikut:

$$V = \iint_R f(x, y) dA \dots \dots \dots (2)$$

Rumus 2. Double integral
(Sumber : James Stewart, *Calculus: Early Transcendentals*, 8th Edition — Bab 15)

Jalan raya merupakan salah satu infrastruktur utama yang memiliki peranan penting dalam menunjang kegiatan ekonomi dan sosial masyarakat. Melalui jalan, mobilitas manusia dan barang dapat berlangsung secara efektif, sehingga pembangunan ekonomi suatu wilayah dapat berjalan dengan lancar. Oleh karena itu, perencanaan dan pelaksanaan pembangunan jalan harus dilakukan dengan perhitungan yang matang, baik dari segi biaya, waktu, maupun kualitas pekerjaan (Anggara et al., 2021). Dalam proses pembangunan atau perbaikan jalan, terdapat beberapa tahapan pekerjaan utama yang harus diperhatikan, di antaranya pekerjaan timbunan, lapis pondasi bawah dan atas, lapis resap pengikat, lapisan aspal, serta pembangunan saluran drainase. Setiap tahap pekerjaan memiliki fungsi yang berbeda, namun saling berhubungan dalam membentuk struktur jalan yang kuat dan tahan lama.

Selanjutnya, deteksi lubang jalan merupakan salah satu tantangan utama dalam bidang transportasi cerdas dan otomasi kendaraan. Lubang jalan (pothole) adalah bentuk kerusakan jalan berupa cekungan atau penurunan permukaan yang terjadi akibat degradasi material aspal karena tekanan berulang dari kendaraan dan pengaruh cuaca (Bharadwaj & Varaprasad, 2014). Kondisi ini tidak hanya menurunkan kenyamanan berkendara, tetapi juga menjadi salah satu penyebab utama kecelakaan lalu lintas. Oleh karena itu, diperlukan sistem deteksi otomatis yang mampu mengenali lubang jalan secara cepat dan akurat.

Integral lipat dua memiliki peran besar dalam menghitung berbagai besaran geometris seperti luas permukaan dan volume (Saragih et

al., 2025). Dalam geometri ruang, integral ini sering diterapkan pada objek berbentuk tabung karena bentuknya yang simetris dan mudah dimodelkan secara matematis. Pendekatan integral lipat dua dan tiga memungkinkan perhitungan volume dilakukan secara sistematis dan akurat untuk berbagai bentuk geometris, termasuk lubang jalan yang dapat dimodelkan secara matematis.

Menurut [Khakimova dan Roberts \(2022\)](#), integral ganda memiliki beragam aplikasi dalam teori maupun praktik. Dalam rekayasa jalan, konsep ini dimanfaatkan untuk memperkirakan volume material yang dibutuhkan untuk perbaikan permukaan jalan atau untuk mengukur besarnya volume kerusakan akibat lubang jalan (potholes). Dengan memanfaatkan data geometri dari pengukuran langsung atau pemindaian digital, integral ganda dapat digunakan untuk menghitung luas dan volume kerusakan secara presisi.

[Pandu \(2019\)](#) menambahkan bahwa integrasi numerik dapat digunakan untuk mendekati fungsi yang diintegralkan berdasarkan data yang tersedia. Salah satu teknik yang digunakan adalah metode segiempat (rectangle rule), yang efektif untuk memodelkan bentuk permukaan tidak beraturan seperti lubang jalan.

[Irwan dkk. \(2021\)](#) menjelaskan bahwa integral lipat dua digunakan untuk menghitung volume benda atau daerah permukaan yang kompleks dengan bantuan perangkat lunak R Programming, yang mempercepat dan mempermudah proses perhitungan integral.

[Nafita dan Mahardi \(2022\)](#) menunjukkan bahwa tingkat kerusakan jalan berpengaruh langsung terhadap biaya perbaikan jalan dengan nilai R^2 sebesar 0,9186. Artinya, semakin besar nilai kerusakan pada suatu ruas jalan, semakin besar pula biaya perbaikan yang dibutuhkan. Hal ini menunjukkan bahwa pendekatan integral berganda dapat dikombinasikan dengan metode PCI untuk menghasilkan analisis yang lebih komprehensif.

Menurut [Anusree dan Rahiman \(2021\)](#), lubang jalan merupakan depresi tidak beraturan yang terbentuk akibat genangan air dan tekanan

lalu lintas. Mereka mengembangkan metode deteksi dan estimasi volume lubang jalan berbasis stereo vision, yang mampu membedakan area rusak dan tidak rusak melalui pemrosesan citra 3D.

[Patil, More, dan Nagtile \(2020\)](#) menggunakan sensor RGB-D Kinect v2.0 berbasis prinsip Time of Flight untuk memodelkan lubang jalan sebagai paraboloid elips. Dalam sistem ini, volume lubang dihitung menggunakan integral permukaan dan integral volume.

[Oke \(2012\)](#) mengembangkan model matematis berbasis circular paraboloid untuk menghitung luas dan volume lubang jalan, dengan asumsi bahwa sebagian besar lubang jalan memiliki bentuk menyerupai mangkuk simetris.

Menurut [Sumartha et al. \(2024\)](#), lubang jalan didefinisikan sebagai cekungan berbentuk mangkuk pada permukaan jalan beraspal dengan diameter kurang dari satu meter sebagaimana dijelaskan dalam Manual Pemeliharaan Jalan dari Direktorat Jenderal Bina Marga.

[Ayant \(2016\)](#) menegaskan bahwa integral berganda merupakan alat matematis penting dalam menyelesaikan hubungan kompleks antar fungsi multivariabel, yang memperkuat perannya dalam memodelkan fenomena geometris nyata seperti volume dan luas permukaan.

[Springer, Tooth, dan Wohl \(2005\)](#) menjelaskan bahwa lubang jalan terbentuk akibat proses erosi alami yang menyebabkan bentuk lubang menyerupai paraboloid, memperlihatkan keteraturan geometri yang dapat diukur secara matematis.

[Endou dan Shidama \(2023\)](#) menegaskan bahwa integral Lebesgue dan integral Riemann untuk fungsi dua variabel menghasilkan hasil yang konvergen dan konsisten, sehingga dapat digunakan untuk menghitung volume aspal pada lubang jalan yang tidak beraturan namun dapat dimodelkan secara matematis.

Akhirnya, menurut [Fan et al. \(2022\)](#), teknologi visi komputer modern mampu mendekripsi lubang jalan secara otomatis

melalui analisis citra 2D dan model 3D. Dengan metode *disparity map*, *least squares fitting*, dan *algoritma RANSAC*, akurasi deteksi mencapai 98,7%, membuktikan bahwa integrasi antara pendekatan matematis (integral ganda) dan teknologi digital dapat menghasilkan sistem pemantauan jalan yang efisien dan akurat.

METODE PENELITIAN

1. Pendekatan Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif deskriptif dengan metode matematika terapan, khususnya melalui konsep integral ganda, untuk menghitung volume aspal pada lubang jalan. Pendekatan ini bertujuan untuk memberikan hasil perhitungan yang lebih akurat dan terukur dibandingkan dengan metode perkiraan visual yang sering digunakan di lapangan. Melalui model matematis, penelitian ini diharapkan mampu memberikan dasar perencanaan perbaikan jalan yang efisien dalam penggunaan bahan dan biaya.

2. Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data primer, yaitu hasil pengamatan dan pengukuran langsung di lapangan pada ruas Jalan Wilmar yang mengalami kerusakan berupa lubang (potholes).

Adapun data yang dikumpulkan meliputi:

- Panjang lubang (m)
- Lebar lubang (m)
- Kedalaman lubang di tiga titik (kiri, tengah, kanan)

Data ini kemudian diolah untuk menentukan volume material yang diperlukan melalui proses analisis integral ganda.

3. Alat dan Bahan Penelitian

| No | Nama Alat | Nama Bahan |
|----|-------------|---|
| 1 | Meter (5 m) | Jalan berlubang (lokasi penelitian: Jalan Wilmar) |

| | | |
|---|--|---|
| 2 | Alat tulis (pulpen, pensil, penghapus) | - |
| 3 | Mistar (3 cm) | - |
| 4 | Buku catatan | - |

Peralatan tersebut digunakan untuk melakukan pengukuran dimensi lubang jalan dan mencatat data observasi secara sistematis di lapangan.

4. Teknik Pengumpulan Data

Pengumpulan data dilakukan dengan observasi langsung dan pengukuran lapangan. Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Melakukan observasi awal terhadap kondisi jalan berlubang di Jalan Wilmar.



Gambar 1. Lubang 1



Gambar 2. Lubang 2



Gambar 5. Lubang 5

2. Mengukur panjang lubang menggunakan meteran.



Gambar 3. Lubang 3



3. Mengukur lebar lubang pada beberapa titik untuk mendapatkan rata-rata lebar jalan yang rusak.



Gambar 4. Lubang 4



4. Mengukur kedalaman lubang pada tiga titik (kiri, tengah, dan kanan) menggunakan mistar untuk mengetahui profil permukaan lubang.



5. Mendokumentasikan kondisi jalan melalui foto dan catatan lapangan sebagai bukti observasi.
 6. Menyusun data pengukuran ke dalam tabel untuk mempermudah analisis volume dan biaya perbaikan.

5. Teknik Analisis Data

Analisis data dalam penelitian ini dilakukan secara kuantitatif dengan menggunakan pendekatan matematika terapan melalui penerapan konsep integral ganda untuk menghitung volume material aspal pada setiap lubang jalan. Tahapan analisis dilakukan secara sistematis agar hasil yang diperoleh bersifat akurat dan dapat dipertanggungjawabkan.

Langkah-langkah analisis data dijelaskan sebagai berikut:

1. Pengolahan Data Awal
 Data hasil pengukuran di lapangan kami paparkan perhitungan Lubang ke-3 dengan Panjang: 120 cm (1,2 m) dan Lebar : 40 cm (0,4 m)
2. Permodelan Kedalaman
 Fungsi kuadratik digunakan untuk memodelkan kedalaman suatu lubang karena grafiknya, yang berbentuk parabola, sangat efektif untuk merepresentasikan hubungan variabel yang memiliki satu titik maksimum atau minimum. Titik puncak (vertex) dari parabola ini bisa mewakili titik terdalam lubang.
(Sumber: Filo)
 - kiri = 5 cm (0,05 m)
 - Tengah = 7 cm (0,07)

- Kanan = 6 cm (0,06 m)

- Titik pengukuran
 Kiri : $x = 0, t(0) = 0,05$

$$\text{Tengah : } x = \frac{L}{2} \rightarrow \frac{0,4}{2} = 0,2 \rightarrow \\ F(0,2) = 0,07$$

$$\text{Kanan : } x = L = F(0,4) = 0,06$$

Maka di dapat Fungsi kedalaman

$$F(x) = ax^2 + bx + c$$

- Titik $f(0) = 0,05$
 $ax^2 + bx + c = 0,05$
 $a(0)^2 + b(0) + c = 0,05$
 $c = 0,05$
- Titik $f(0,2) = 0,07$
 $ax^2 + bx + c = 0,07$
 $a(0,2)^2 + b(0,2) + 0,05 = 0,07$
 $0,04 a + 0,2 b = 0,02$
- Titik $f(0,4) = 0,06$
 $a(0,4)^2 + b(0,4) + 0,05 = 0,06$
 $0,16a + 0,4b + 0,05 = 0,06$
 $0,16a + 0,4b = 0,01$

Eliminasi

$$\begin{array}{r} 0,04a + 0,2b = 0,02 \\ 0,16a + 0,4b = 0,01 \\ \hline 0,08a + 0,4b = 0,04 \\ 0,16a + 0,4b = 0,01 \\ \hline 0,08a = 0,03 \end{array}$$

$$a = \frac{0,03}{0,08}$$

$$a = -0,375$$

$$0,04(-0,375) + 0,2b = 0,02$$

$$0,2b = 0,02 + 0,015$$

$$b = \frac{0,035}{0,2}$$

$$b = 0,175$$

$$F(x) = -0,375x^2 + 0,175x + 0,05$$

3. Menghitung Luas penampang Menggunakan Integral

Menghitung luas penampang menggunakan integral adalah karena luas area yang memiliki bentuk tidak beraturan (lengkung) tidak bisa dihitung dengan rumus geometri sederhana, seperti persegi atau segitiga. Integral dapat menghitung luas tersebut dengan membagi area menjadi potongan-potongan sangat kecil (seperti persegi panjang tipis), lalu menjumlahkan luas dari semua potongan kecil tersebut untuk mendapatkan total luas secara akurat. (Sumber: Zenius)

$$\begin{aligned}
 \int_0^L f(x) dx &= \int_0^L \left(-\frac{0,375x^3}{3} + \frac{0,715x^2}{2} + 0,05x + c \right) dx \\
 &= \left[-\frac{0,125x^3}{3} + \frac{0,0875x^2}{2} + 0,05x \right]_0^L + \\
 \int_0^{0,4} f(x) dx &= \left[-\frac{0,125(0,4)^3}{3} + \frac{0,0875(0,4)^2}{2} + 0,05(0,4) \right] \\
 &= \left[-\frac{0,125 \cdot 0,064}{3} + \frac{0,014}{2} + 0,02 \right] \\
 &= \frac{-0,008}{3} + \frac{0,014}{2} + 0,02 \\
 &= -0,0026 + 0,007 + 0,02 \\
 &= 0,0874 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

4. Menghitung volume lubang dengan Integral Ganda

Luas penampang yang diperoleh dengan integral hanya mewakili ukuran dua dimensi (2D). Untuk mendapatkan volume (3D), luas-luas penampang tersebut harus dijumlahkan secara kontinu sepanjang suatu sumbu, yang dilakukan melalui integral kedua.

$$\begin{aligned}
 V &= \int_0^{1,2} 0,0874 dx \\
 &= 0,0874x \Big|_0^{1,2} \\
 &= 0,0874 (1,2) - 0 \\
 V &= 0,10488 \text{ m}^3 \\
 &= 104,88 \text{ L}
 \end{aligned}$$

5. Menghitung Berat Aspal

Penggunaan massa jenis aspal dalam analisis ini bertujuan untuk mengonversi hasil perhitungan volume lubang jalan menjadi massa material yang dibutuhkan dalam proses perbaikan. Volume yang diperoleh melalui penerapan integral ganda hanya menunjukkan kapasitas ruang

(m³) yang harus diisi, sedangkan dalam praktik teknik sipil, kebutuhan material aspal umumnya dihitung berdasarkan berat (kg atau ton).

Oleh karena itu, massa jenis aspal sebesar 2.300 kg/m³ digunakan untuk mengubah volume menjadi massa sesuai rumus $m = \rho \times V$. Nilai ini mengacu pada standar SNI 03-1737-1989: *Metode Pengujian Berat Jenis Campuran Beraspal Panas yang diterbitkan oleh Badan Standardisasi Nasional (BSN)*. Dengan demikian, perhitungan berat aspal menjadi lebih akurat dan dapat digunakan untuk menentukan estimasi biaya perbaikan berdasarkan harga material per satuan berat.

$$\begin{aligned}
 \text{Berat Aspal (m)} &= V \times \rho \\
 &= 104,88 \text{ m}^3 \times 2.300 \text{ kg/m}^3 \\
 &= 241,224 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Jadi, $V = 104,88 \text{ L}$ atau $0,10488 \text{ m}^3$
massa aspal = 241,224 kg

6. Kebutuhan campuran aspal (ton/m³)
Berdasarkan hukum dasar fisika, hubungan antara massa jenis, massa, dan volume dinyatakan dengan:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

dengan keterangan:

- ρ = massa jenis (density)
- m = massa
- V = volume

Jika diketahui massa jenis aspal campuran panas (hot mix asphalt) sekitar

$$\rho = 2300 \text{ kg/m}^3$$

Maka dapat disimpulkan:

1 m³ aspal campuran panas = 2,3 ton
(Sumber: Kementerian PUPR. (2018). *Spesifikasi Umum Bina Marga Divisi 6 – Perkerasan Aspal. Direktorat Jenderal Bina Marga.*)

7. Biaya Perbaikan Lubang

Biaya bisa dituliskan dengan Rp/ton atau Rp/m³. Harga aspal rata-rata di Indonesia yaitu (aspal hotmix) = Rp.1.200.000
(Sumber: Laksana Karya. *Harga Aspal Hotmix Terbaru 2025*)

Jadi $\text{Rp}/m^3 = 1.200.000 \times 2,3 \text{ ton}$

| Lubang | Model kedalaman | Volume (L) | Harga aspal per lubang (Rp/ton) |
|--------|-------------------------------------|----------------|---------------------------------|
| 1 | $F(x) = 2,29 x^2 - 0,71x$ | 10,6 L | Rp.29.256 |
| Lubang | Panjang + 0,08m | Lebar (m) | Kedalaman kiri,kanan,tengah (m) |
| 2 | $F(x) = 0,005x^2 - 0,022x + 0,082$ | 31 L | Rp.85.500 |
| 1 | - 0,022 m 0,082 | 0,31 m | 0,08 m ; 0,025m ; 0,08m |
| 3 | $F(x) = 0,80375x^2 + 0,175x + 0,05$ | 0,104,8 L m | Rp.285.600 ; 0,08 m |
| 3 | 1,2 m | 0,4 m | 0,05m ; 0,07m ; |
| 4 | $F(x) = 0,2.643x^2$ | 68,4 L | Rp.188.784 |
| 4 | 0,0145x + 0,06 | 0,55 m | 0,06m ; 0,04m ; 0,09m |
| 5 | $F(x) = 0,22x^2 - 0,00067x + 0,1$ | 0,613,58 L | Rp.311.880 0,1m |

$$= 2.760.000$$

Biaya tiap lubang = $V \times \text{harga aspal}$

$$\begin{aligned} &= 0,10488 \times 2.760.000 \\ &= \text{Rp.}285.500 \end{aligned}$$

Jadi lubang 3 butuh biaya Rp.285.500

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengambilan data dilakukan secara langsung di Jalan Wilmar, pada beberapa titik yang mengalami kerusakan berupa lubang jalan dengan ukuran dan kedalaman yang bervariasi.

Proses pengukuran menggunakan alat ukur sederhana seperti meteran untuk panjang dan lebar, serta penggaris logam untuk kedalaman. Setiap lubang diberi penomoran (Lubang 1–Lubang 5) agar data mudah diidentifikasi dan diolah.

Hasil pengukuran menunjukkan bahwa lubang jalan di lokasi penelitian memiliki ukuran bervariasi, mulai dari lubang kecil dengan panjang sekitar 0,79 meter hingga lubang besar dengan panjang mencapai 1,5 meter. Kedalaman lubang juga bervariasi, dari 0,01 meter (1 cm) hingga 0,12 meter (12 cm),

tergantung kondisi permukaan aspal di titik tersebut.

Tabel berikut menunjukkan hasil pengukuran dan perhitungan volume untuk setiap lubang.

Tabel 1. Hasil Pengukuran Lubang Jalan.

Tabel 2. Hasil Perhitungan Masing-masing Lubang.

Berdasarkan hasil perhitungan volume menggunakan integral ganda, diperoleh bahwa setiap lubang memiliki volume yang bervariasi antara 10,6 liter hingga 113,58 liter, tergantung pada ukuran panjang, lebar, dan kedalaman. Lubang dengan dimensi lebih besar menghasilkan volume yang lebih tinggi, sehingga memerlukan biaya perbaikan yang lebih besar pula.

Secara umum, terdapat hubungan linier positif antara volume lubang dan biaya aspal, semakin besar volume, semakin tinggi biaya yang diperlukan. Misalnya:

- Lubang ke-1 memiliki volume 10,6 L dengan estimasi biaya Rp 29.256,
- Sedangkan lubang ke-5 memiliki volume 113,58 L dengan biaya mencapai Rp 311.880.

Hasil menunjukkan volume lubang berkisar antara 10,6 L hingga 113,58 L, dengan biaya perbaikan antara Rp 29.256–Rp 311.880. Total biaya seluruh lubang sebesar Rp 900.920, sehingga rata-rata biaya per lubang adalah Rp 180.184. Ditemukan hubungan linear positif antara volume (V) dan biaya (C), yang dimodelkan sebagai:

$$C = aV + b \dots \dots (3)$$

$$\text{Dengan } a = \frac{n \sum (V_i C_i) - \sum V_i \sum C_i}{n \sum (V_i^2) - (\sum V_i)^2}$$

$$b = \sum C_i - a \sum V_i n$$

Rumus 3. konsep persamaan garis lurus (linear function)

(Sumber : *Matematika Dasar* oleh Purcell & Varberg)

diperoleh

$$a = 2812,4 \text{ dan } b = 0$$

$$C = 2812,4V$$

- C = biaya perbaikan (Rupiah),
- V = volume lubang (liter),
- a = koefisien kemiringan garis (menunjukkan biaya per liter),
- b = konstanta (biaya tetap, jika ada).

Artinya, setiap 1 liter volume lubang memerlukan biaya sekitar Rp 2.812,40. Model total biaya keseluruhan dapat dinyatakan:

$$C_{total} = 2812,4 \times V_{total}$$

Dengan $V_{total} = 325,1 L$, maka diperoleh $C_{total} \approx Rp 914.462$, mendekati hasil lapangan. Pendekatan integral ganda terbukti efektif dan akurat dalam memperkirakan volume lubang serta biaya perbaikan. Metode ini memberikan dasar matematis yang kuat dalam perencanaan anggaran pemeliharaan jalan dibandingkan metode perkiraan visual.

PENUTUP

Berdasarkan hasil penelitian dan analisis yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa penerapan konsep integral ganda merupakan metode yang efektif dan akurat dalam menghitung volume aspal pada jalan berlubang. Melalui pendekatan matematis ini, volume tiap lubang di Jalan Wilmar berhasil dihitung secara presisi, dengan nilai berkisar antara 10,6 liter hingga 111,3 liter. Perhitungan biaya perbaikan yang dihasilkan juga menunjukkan hubungan linier positif antara volume dan biaya, yang dinyatakan dalam model matematis $C = 2812,4V$, di mana setiap 1 liter volume lubang memerlukan biaya sekitar Rp 2.812,40.

Hasil perhitungan total volume sebesar 325,1 liter menghasilkan estimasi biaya perbaikan sebesar Rp 914.462, mendekati data aktual di lapangan. Hal ini menunjukkan bahwa penggunaan integral ganda mampu memberikan hasil yang lebih objektif dan dapat dijadikan dasar perencanaan anggaran perbaikan jalan secara efisien.

Sebagai rekomendasi, metode ini dapat diterapkan secara lebih luas oleh pihak instansi pekerjaan umum atau dinas perhubungan dalam melakukan estimasi kebutuhan material dan biaya perbaikan jalan. Selain itu, disarankan untuk melakukan pengukuran pada lebih banyak titik dan menerapkan teknologi digital seperti pemetaan 3D guna meningkatkan

akurasi model matematis dan mempercepat proses analisis pada penelitian serupa di masa mendatang.

DAFTAR PUSTAKA

- Anusree, B., & Rahiman, A. V. (2021). *Pothole detection and volume estimation based on disparity transformation with histogram thresholding*. The International Conference on Emerging Trends in Engineering (Yukthi-2021), Government Engineering College Kozhikode, 24–26 September 2021. SSRN Electronic Journal.
- Anggara, I. M. B., Hasan, A., & Siddik, J. (2021). *Perencanaan anggaran biaya dan penjadwalan pelaksanaan pada Jalan Malikul Saleh Kecamatan Banda Raya Kota Banda Aceh dengan metode AHSP 2016*. Jurnal Teknik Sipil Politeknik Negeri Lhokseumawe, 1(1), 1–8.
- Astatik, R. P. (2013). *Aplikasi integral lipat dua dalam perhitungan volume bangun ruang di R^3 dengan menggunakan program Maple*.
- Ayant, F. (2016). *Certain finite double integrals involving biorthogonal polynomial, a general class of polynomials and multivariable Aleph-function*. International Journal of Mathematics Trends and Technology (IJMTT), 33(3), 166–177.
- Azmi, U., & Hendrajaya, L. (2016). *Integral lipat dalam menghitung volume dan luas permukaan benda geometri sederhana dan terpancung*. Seminar Nasional Pendidikan dan Saintek 2016, 260–266. Bandung: ITB.
- Bharadwaj, S., & Varaprasad, G. (2014). *Detection of potholes in autonomous vehicle*. IET Intelligent Transport Systems, 8(6), 543–549.
- Darsono, D., Pratama, E. D., Ayuningtyas, M., & Kuntari, T. (2021). *Perancangan alat perhitungan besarnya luas dan volume pada lubang jalan raya*.

- Prosiding Seminar Nasional Fisika dan Aplikasinya (SNFA), 21–29. Universitas Sebelas Maret.
- Endou, N., & Shidama, Y. (2023). *Integral of continuous functions of two variables*. Formalized Mathematics, 31(1), 309–324.
- Fan, R., Ozgunalp, U., Hosking, B., Liu, M., & Pitas, I. (2022). *Pothole detection based on disparity transformation and road surface modeling*. IEEE Transactions on Image Processing, 1–12.
- Irwan, M., Irwan, D., Darmiani, & Jalil, E. (2021). *Penerapan integral lipat dua dalam penentuan volume permukaan kuadratis*. Jurnal Matematika dan Statistika serta Aplikasinya, 9(1), 113–118.
- Khakimova, O., & Roberts, T. (2022). *A survey of double integrals and their applications*. Mathematics, 10(108), 1–14.
- Nafita, C., & Mahardi, P. (2022). *Analisa tingkat kerusakan jalan terhadap biaya perbaikan jalan (Studi kasus: Jalan Lingkar By Pass Krian, Kab. Sidoarjo)*. Rekonstruksi Tadulako: Civil Engineering Journal on Research and Development, 1(2), 17–22.
- Oke, M. O. (2012). *Using surface and volume integrals for the determination of surface area and volume of potholes on a given length of road*. Journal of Applied Mathematics & Bioinformatics, 2(1), 51–59. International Scientific Press.
- Pandu, Y. K. (2019). *Penerapan integral numerik dalam menghitung luas daerah tidak beraturan*. Asimtot: Jurnal Kependidikan Matematika, 1(2), 127–132.
- Patil, R., More, S., & Nagtile, P. (2020). *Terrain sensing and self-adjusting air suspension system*. International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT), 9(11), 153–158.
- Saragih, N. B., Tamba, L. T., Munthe, N. E., Ambarita, J. D., & Bukit, A. F. (2025). *Aplikasi integral lipat dua dalam perhitungan luas dan volume pada geometri ruang (tabung)*. Jurnal Pendidikan Kreativitas Pembelajaran, 7(2), 159–166.
- Smith, J., & Jones, K. (2023). *An overview of methods for obtaining 2D and 3D models of defects on the pavement*. Journal of Pavement Analysis, 15(2), 50–65.
- Springer, G. S., Tooth, S., & Wohl, E. E. (2005). *Dynamics of pothole growth as defined by field data and geometrical description*. Journal of Geophysical Research: Earth Surface, 110(F04010).
- Sumartha, N. N. C., Wijaya, I. G. P. S., Bimantoro, F., & Nugraha, G. S. (2024). *Klasifikasi citra lubang pada permukaan jalan beraspal dengan metode Convolutional Neural Networks*. J-COSINE (Journal of Computer Science and Informatics Engineering), 8(1), 31–38. Universitas Mataram.
- Zaidan, R. (2019). *Alternatives in calculating double integrals*. International Journal of Development Research, 9(12), 32834–32838