Pendas : Jurnal Ilmiah Pendidikan Dasar,
ISSN Cetak : 2477-2143 ISSN Online : 2548-6950
Volume 10 Nomor 04, Desember 2025

Studi Analitis Miskonsepsi dalam Buku Ajar Kalkulus Peubah Banyak Karya Sumadji serta Strategi Pedagogis untuk Meningkatkan Pemahaman Konseptual Mahasiswa

Suwanto[1], Yolanda Naomi Sagala[2], Aulia Syahputri[3], Hiyoshi Friyona Silalahi[4], Intan Ria Utami Limbong[5], Steven Samuel Harianja[6], Mukhtar[7]

Departement of Mathematics Education, Universitas Negeri Medan,

Jl. Willem Iskandar Pasar V Medan Estate, Medan Indonesia

Email : suwantompd89@gmail.com yolandanaomi04@gmail.com hiyoshisilalahi@gmail.com, intanlimbong02@gmail.com auliasyahputri760@gmail.com, Stevensamuelharianja@gmail.com

Abstrak

Pemahaman konseptual dalam kalkulus peubah banyak sangat bergantung pada ketepatan definisi, struktur penalaran, serta konsistensi penyajian materi dalam sumber belajar. Buku ajar sebagai salah satu rujukan utama pembelajaran harus mampu memberikan representasi konsep yang benar secara matematis agar tidak memunculkan interpretasi yang keliru. Penelitian ini dilakukan untuk mengkaji potensi miskonsepsi yang terdapat dalam buku *Kalkulus Peubah Banyak* karya Sumadji serta merumuskan strategi pedagogis yang relevan guna mendukung pembelajaran yang lebih konseptual. Pendekatan penelitian menggunakan metode kualitatif dengan teknik analisis isi yang difokuskan pada aspek definisi formal, penggunaan notasi, struktur penjelasan konsep, penyajian ilustrasi, dan contoh soal.

Sumber data dalam penelitian ini meliputi teks buku ajar, literatur kalkulus standar internasional, serta pemetaan miskonsepsi dari studi terdahulu. Data dikumpulkan melalui dokumentasi, peninjauan akademik, dan validasi ahli. Analisis dilakukan secara deskriptif melalui proses kategorisasi dan interpretasi temuan. Melalui pendekatan ini, penelitian diharapkan dapat memberikan gambaran mengenai bagian-bagian materi yang berpotensi menimbulkan miskonsepsi sehingga dapat menjadi dasar evaluasi dan revisi penyajian materi dalam pembelajaran. Selain itu, penelitian ini juga menawarkan alternatif strategi pedagogis berbasis pemahaman konseptual yang dapat digunakan dosen dalam mengoptimalkan proses belajar kalkulus peubah banyak.

Kata Kunci: miskonsepsi, kalkulus peubah banyak, analisis isi, strategi pedagogis, bahan ajar.

Abstract

Conceptual understanding in multivariable calculus is strongly influenced by the accuracy of definitions, the logical structure of explanations, and the consistency of notation presented in learning materials. As a primary reference in higher education mathematics, textbooks must represent mathematical concepts rigorously to prevent misinterpretation and conceptual errors among learners. This study aims to examine potential misconceptions embedded in the textbook Kalkulus Peubah Banyak authored by Sumadji and to formulate relevant pedagogical strategies that may support deeper conceptual comprehension among students. The research employs a *qualitative approach with content analysis focused on formal definitions, notation usage, explanation structure, visual representations, and example problems contained within the textbook.*

The data sources include the target textbook, internationally recognized calculus literature, and documented misconception frameworks from previous studies. Data collection techniques consist of documentation, academic review, and expert validation. The analysis is carried out descriptively through categorization and interpretation of textual findings. Through this approach, the study is expected to provide an overview of elements within the material that may lead to conceptual misunderstanding and serve as a basis for further evaluation and improvement of the textbook. Additionally, the study proposes pedagogical strategies grounded in conceptual teaching principles that can be implemented to enhance the effectiveness of multivariable calculus instruction.

Keywords: *misconception, multivariable calculus, content analysis, pedagogical strategy, instructional material.*

Pendahuluan

Dalam pendidikan matematika tingkat perguruan tinggi, keberhasilan mahasiswa dalam memahami materi lanjutan sangat ditentukan oleh ketepatan definisi, konsistensi notasi, dan kejelasan struktur penalaran matematika dalam bahan ajar. Bahan ajar (textbook) menjadi acuan utama baik bagi dosen maupun mahasiswa. Oleh karena itu, kualitas penyajian konsep dalam buku ajar termasuk definisi, justifikasi teoretis, ilustrasi, dan contoh memegang peran penting dalam membentuk pemahaman konseptual mahasiswa.

Namun, berbagai penelitian menunjukkan bahwa miskonsepsi tidak hanya muncul dari kesalahan siswa, tetapi seringkali bersumber dari bahan ajar atau cara penyajian materi itu sendiri. Misalnya, dalam studi terhadap mahasiswa yang menempuh kalkulus, terbukti bahwa kesalahan konseptual dan miskonsepsi cukup dominan. Selain itu, analisis terhadap buku ajar kalkulus sering menunjukkan bahwa beberapa buku cenderung fokus pada prosedur komputasi, sedangkan aspek teoretis definisi formal, justifikasi, dan fundamentalisasi konsep kurang mendapat perhatian (Mujib, 2018). Hal ini membuka peluang besar bagi munculnya interpretasi keliru atau pemahaman dangkal terhadap konsep.

Penelitian sebelumnya juga menyebutkan bahwa miskonsepsi dapat terjadi akibat ketidakmampuan mahasiswa dalam memahami kata kunci, konteks, atau hubungan antar konsep dalam suatu materi. Hal ini diperkuat oleh temuan bahwa kesalahan dalam menerjemahkan konsep, simbol matematika, atau aturan formal ke dalam konteks pemecahan masalah dapat menyebabkan representasi konsep yang tidak sesuai dengan makna matematika yang sebenarnya. Dengan demikian, miskonsepsi merupakan bentuk pemahaman yang berbeda dari konsep ilmiah yang seharusnya, dan dapat terus terbawa ke jenjang pengetahuan selanjutnya jika tidak dikoreksi (Suherman et al., 2023).

Kalkulus adalah cabang ilmu matematika yang mencakup limit, turunan, integral dan deret takhingga. Kalkulus merupakan ilmu dasar yang perlu dikuasai secara lebih luas dan mendalam oleh para mahasiswa, calon guru, atau calon ilmuwan. Dalam pedoman kurikulum program studi Pendidikan Matematika mata kuliah kalkulus dibagi menjadi kalkulus I, kalkulus II dan kalkulus lanjut. Dilihat dari porsi yang diberikan untuk mata kuliah kalkulus, memang kalkulus merupakan mata kuliah yang sangat penting dan harus dikuasai oleh mahasiswa, karena mata kuliah kalkulus sangat esensial sebagai mata kuliah prasyarat untuk mata kuliah selanjutnya, seperti Persamaan Differensial, Analisis Vektor, Analisis Numerik, Nilai Awal dan Syarat Batas (Nurhasanah et al., 2025).

Khusus pada materi kalkulus peubah banyak, potensi miskonsepsi semakin tinggi karena sifatnya yang abstrak dan kompleks, serta keterkaitannya dengan berbagai konsep dalam kalkulus satu variabel, geometri analitik, dan aljabar linear. Jika penyajian materi dalam buku ajar tidak memenuhi kaidah formal, atau hanya menekankan prosedur tanpa memperkuat logika matematis, maka risiko munculnya miskonsepsi akan semakin besar (Abbas, 2019).

Oleh karena itu, penelitian ini diarahkan untuk menganalisis buku *Kalkulus Peubah Banyak* karya Sumadji guna mengidentifikasi potensi miskonsepsi yang terkandung dalam penyajian materi, serta merumuskan strategi pedagogis yang dapat mendukung pengembangan pemahaman konseptual mahasiswa dalam mempelajari kalkulus peubah banyak. Dengan demikian, penelitian ini diharapkan tidak hanya memberikan kontribusi terhadap evaluasi kualitas sumber belajar, tetapi juga mendukung peningkatan kualitas pedagogi matematika di tingkat perguruan tinggi.

Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif-deskriptif dengan metode analisis isi (content analysis). Metode ini dipilih karena sesuai dengan tujuan penelitian, yaitu mengkaji penyajian konsep matematika yang terdapat pada buku ajar

Kalkulus Peubah Banyak karya Sumadji untuk mengidentifikasi potensi miskonsepsi serta merumuskan strategi pedagogis yang dapat mendukung pemahaman konseptual mahasiswa. Pendekatan analisis isi memungkinkan peneliti menelaah teks secara sistematis melalui proses interpretasi, kategorisasi, dan verifikasi berdasarkan kriteria ilmiah yang telah ditentukan.

Sumber Data

Sumber data dalam penelitian ini terdiri dari dua kategori utama, yaitu sumber data primer dan sumber data sekunder. Sumber data primer dalam penelitian ini adalah buku *Kalkulus Peubah Banyak* karya Sumadji yang digunakan sebagai objek utama analisis. Buku ini dipilih karena merupakan salah satu referensi yang digunakan dalam perkuliahan kalkulus multivariabel di berbagai perguruan tinggi dan dianggap memiliki beberapa bagian materi yang berpotensi menimbulkan miskonsepsi, terutama pada konsep-konsep seperti vektor, fungsi peubah, limit, turunan parsial dan integral rangkap.

Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan melalui analisis dokumen dengan cara menelaah isi buku Kalkulus Multivariabel secara sistematis. Setiap bagian yang memuat definisi, teorema, contoh soal, prosedur penyelesaian, ilustrasi, maupun penjelasan konsep dianalisis untuk menemukan bagian yang berpotensi menimbulkan miskonsepsi. Proses ini melibatkan pencatatan detail terkait inkonsistensi konsep, ketidaktepatan istilah, atau contoh yang tidak sesuai dengan kaidah matematis formal. Data yang dikumpulkan kemudian dibandingkan dengan referensi matematis yang telah divalidasi, termasuk jurnal akademik, buku teks kalkulus internasional, serta standar teori matematika untuk memastikan keakuratan dan konsistensi konsep.

Teknik Analisis Data

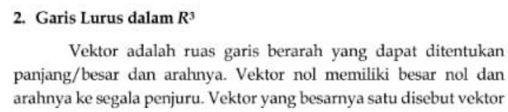
Analisis data dilakukan melalui beberapa tahap sistematis. Tahap pertama dimulai dengan menyalin serta mendokumentasikan bagian materi yang dianggap bermasalah dari buku yang dianalisis. Tahap berikutnya adalah mengklasifikasikan kutipan tersebut berdasarkan kategori kesalahan, seperti ketidaktepatan konsep, ketidakselarasan notasi, atau penjelasan yang berpotensi menimbulkan ambiguitas. Setelah klasifikasi dilakukan, langkah selanjutnya adalah mengidentifikasi bentuk miskonsepsi yang dapat muncul sebagai akibat dari penyajian materi yang kurang tepat tersebut. Tahap terakhir adalah melakukan interpretasi terhadap temuan untuk menilai potensi dampaknya terhadap pemahaman mahasiswa dalam mempelajari konsep kalkulus multivariabel.

Validitas hasil analisis dijaga melalui proses triangulasi dengan membandingkan setiap temuan dengan literatur formal matematika, buku kalkulus berstandar internasional, serta kurikulum pendidikan matematika di perguruan tinggi. Pendekatan ini memastikan bahwa hasil analisis benar-benar mencerminkan ketidaktepatan konsep yang terdapat dalam buku ajar dan bukan sekadar variasi penyajian materi.

Hasil dan Pembahasan

Materi Kalkulus Peubah Banyak merupakan salah satu topik penting dalam pembelajaran matematika di perguruan tinggi. Konsep ini sering menjadi dasar untuk memahami model matematika, pembuktian, serta pola penalaran deduktif dalam berbagai bidang. Namun, berdasarkan hasil analisis terhadap beberapa buku teks yang digunakan sebagai sumber data penelitian, ditemukan adanya perbedaan dan kesalahan dalam penyajian konsep Kalkulus Peubah Banyak yang berpotensi menimbulkan miskonsepsi bagi mahasiswa. Kesalahan dalam buku teks dapat berdampak signifikan terhadap pemahaman siswa, karena sebagian besar siswa masih menjadikan buku teks sebagai rujukan utama. Oleh sebab itu, keakuratan penyajian materi dalam buku ajar perlu dikaji secara kritis.

1. Ditemukan miskonsepsi pada definisi vektor nol. Buku (Sumadji, 2019) menyatakan bahwa "vektor nol memiliki besar nol dan arahnya ke segala penjuru".

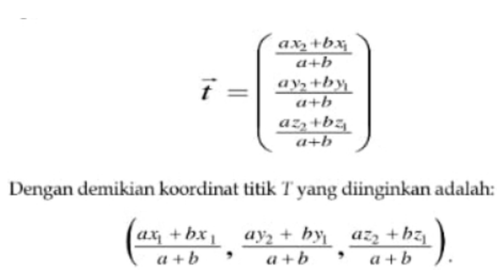

2. Garis Lurus dalam R^3

Vektor adalah ruas garis berarah yang dapat ditentukan panjang/besar dan arahnya. Vektor nol memiliki besar nol dan arahnya ke segala penjuru. Vektor yang besarnya satu disebut vektor

[Gambar 1. Pengertian vector nol pada buku]

Pernyataan ini mengandung kesalahan konseptual yang signifikan karena dalam matematika murni, vektor nol didefinisikan sebagai vektor yang tidak memiliki arah. Penetapan arah "ke segala penjuru" justru menimbulkan kontradiksi logis dalam struktur aljabar vektor. Secara konseptual, vektor nol (0) merupakan identitas penjumlahan dalam ruang vektor yang hanya didefinisikan melalui sifat aljabarnya, tanpa atribut arah. Kontradiksi muncul karena jika vektor nol memiliki semua arah, maka secara logis vektor nol akan sejajar dengan semua vektor sekaligus, yang bertentangan dengan definisi paralelisme dalam aljabar linear. Dukungan terhadap analisis ini dapat ditemukan dalam penelitian (Panjaitan et al., 2021). Dalam penelitiannya tentang miskonsep buku ajar fisika secara tegas menyatakan bahwa 'kesalahan dalam penyajian konsep vektor satuan dan notasi vektor dapat menyebabkan persentase miskonsepsi yang signifikan pada pemahaman siswa'. Secara pedagogis, temuan ini mengisyaratkan pentingnya penekanan pada sifat khusus vektor nol sebagai identitas penjumlahan dalam ruang vektor, serta perlunya menghindari analogi intuitif yang dapat menyesatkan pemahaman siswa. Guru seharusnya menjelaskan vektor nol melalui analogi yang tepat, seperti bilangan nol dalam operasi aritmatika, yang berfungsi sebagai elemen identitas tanpa memiliki sifat-sifat yang dimiliki bilangan lainnya.

2. Teridentifikasi pada penyajian rumus pembagian ruas garis yang tidak konsisten.



$$\vec{t} = \begin{pmatrix} \frac{ax_2+bx_1}{a+b} \\ \frac{ay_2+by_1}{a+b} \\ \frac{az_2+bz_1}{a+b} \end{pmatrix}$$

Dengan demikian koordinat titik T yang diinginkan adalah:

$$\left(\frac{ax_1+bx_1}{a+b}, \frac{ay_2+by_1}{a+b}, \frac{az_2+bz_1}{a+b}\right).$$

[**Gambar 2. Penyajian rumus yang tidak konsisten**]

Buku teks tersebut pada awalnya menyajikan rumus vektor posisi untuk titik pembagi T dengan benar sebagai:

$$\bar{T} = \left(\frac{ax_2 + bx_1}{a+b}, \frac{ay_2 + by_1}{a+b}, \frac{az_2 + bz_1}{a+b}\right)$$

Namun, pada bagian berikutnya yang seharusnya menjelaskan koordinat titik T, buku tersebut menyajikan rumus yang keliru:

$$T = \left(\frac{ax_1 + bx_1}{a+b}, \frac{ay_2 + by_1}{a+b}, \frac{az_2 + bz_1}{a+b}\right)$$

Ketidakkonsistenan ini terlihat jelas pada komponen x, dimana rumus yang salah akan selalu menghasilkan nilai:

$$\frac{ax_1 + bx_1}{a+b} = \frac{(a+b)x_1}{a+b} = x_1$$

yang berarti titik T selalu berada pada koordinat x yang sama dengan titik P, terlepas dari perbandingan a:b. Hasil ini jelas bertentangan dengan konsep geometris pembagian ruas garis. Verifikasi numerik dengan contoh sederhana dimana P(1,0,0), Q(5,0,0), dan perbandingan a:b = 1:1 membuktikan ketidakakuratan rumus tersebut. Rumus yang benar menghasilkan titik T(3,0,0) yang tepat di tengah-tengah ruas garis PQ, sementara rumus yang salah menghasilkan T(1,0,0) yang berimpit dengan titik P.

Penelitian (Andriyanti et al., 2025) menegaskan bahwa variasi terminologi dan ketidakkonsistenan representasi rumus dalam materi pembelajaran tidak hanya menyebabkan kesalahan prosedural tetapi juga menciptakan hambatan kognitif yang signifikan bagi peserta didik dalam membangun kerangka pemahaman matematika yang kokoh. Ketidakkonsistenan ini terlihat jelas ketika dilakukan analisis matematis terhadap komponen x pada rumus keliru yang menunjukkan bahwa titik T akan selalu berada pada koordinat x yang sama dengan titik P tanpa mempertimbangkan perbandingan pembagian yang seharusnya. Dari perspektif pedagogis, temuan ini menekankan pentingnya pendekatan pembelajaran yang melibatkan verifikasi mandiri, pemahaman multirepresentasi, serta penekanan pada makna geometris dari setiap komponen rumus. Guru perlu mengimplementasikan strategi pembelajaran dimana siswa secara aktif menguji validitas rumus melalui contoh-contoh numerik sederhana dan menghubungkannya dengan representasi geometris. Pendekatan berbasis pemecahan masalah dapat diterapkan dengan memberikan kasus-kasus khusus seperti titik tengah (a = b) dimana siswa dapat dengan mudah memverifikasi kebenaran rumus yang digunakan.

3. Ditemukan dalam contoh $\lim\limits_{(x,y)} \frac{xy^2}{x^2+y^4}$teks menyatakan bahwa hasil limit yang sama (yaitu 0) pada jalur x=0, y=0, dan y=x tidak cukup untuk menyimpulkan limit ada. Ini adalah pernyataan yang benar, tetapi dalam buku ini tidak memberikan konteks yang cukup untuk menjelaskan mengapa jalur yang lebih kompleks (x=y^2) harus dicoba. Ini dapat memperkuat miskonsepsi umum bahwa mencoba jalur linear sudah memadai jika hasilnya sama

Contoh Tentukan $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{\left(x^2+y^2\right)^2}$

Sepanjang jalur $y = 0$, diperoleh $\lim\limits_{(x,0)\to(0,0)} \frac{0}{x^2+0} = \lim\limits_{(x,0)\to(0,0)} \frac{0}{x^2} = 0$

[Gambar 3. Pendekatan melalui jalur linear menghasilkan limit 0.]

Dalam contoh ini, buku ajar menunjukkan bahwa pendekatan melalui jalur-jalur linear seperti sumbu x, sumbu y, dan garis y=x semuanya menghasilkan nilai limit 0. Teks buku kemudian menyatakan dengan benar:

"Hal di atas tidak cukup untuk menyimpulkan bahwa limit bernilai 0."

Meskipun pernyataan tersebut secara matematis benar, konteks penyajiannya dalam buku ajar memiliki risiko miskonsepsi yang tinggi. Kelemahan konseptualnya adalah Kurangnya Penekanan Logis: Buku ajar tidak secara tegas menyoroti mengapa hasil yang sama dari beberapa jalur *linear* tersebut tidak cukup. Miskonsepsi Mahasiswa Umum: Hal ini berpotensi memperkuat miskonsepsi umum di kalangan mahasiswa bahwa jika beberapa jalur yang dicoba (terutama jalur linear yang paling mudah) memberikan hasil yang sama, maka limit dijamin ada. Penyelesaian yang benar pada halaman tersebut kemudian menunjukkan bahwa mendekati melalui jalur non-linear $x=y^2$ menghasilkan 1/2. Karena $0 \neq 1/2$, maka limit tersebut tidak ada. Kegagalan buku ajar dalam menekankan perlunya pengujian jalur non-linear secara konseptual adalah miskonsepsi yang mendasar.

Miskonsepsi ini sangat relevan dengan temuan penelitian pendidikan matematika di Indonesia mengenai kesulitan mahasiswa dalam pemahaman konsep kalkulus. (Simamora et al., 2025) dalam penelitiannya tentang definisi limit menyoroti bahwa kesalahan mahasiswa sering berakar pada kelemahan dalam pemahaman struktur logika formal dan penegasian definisi. Dalam konteks limit multivariabel: Guru atau buku ajar harus secara eksplisit mendefinisikan kriteria eksistensi limit: limit hanya ada jika nilai yang dicapai sama di sepanjang semua jalur menuju titik tersebut. Pernyataan "tidak cukup" harus dikaitkan dengan prinsip logis, yaitu bahwa untuk membuktikan limit *tidak ada*, cukup temukan dua jalur dengan hasil yang berbeda (menggunakan *counter-example*), dan seringkali *counter-example* ini adalah jalur non-linear.

Kegagalan untuk mencoba jalur non-linear seperti $x=y^2$ dapat diklasifikasikan sebagai Kesalahan Keterampilan Proses (Process Skill Error) (Nasution, 2018). Keterampilan proses di sini adalah kemampuan untuk memilih dan melaksanakan prosedur yang tepat untuk membuktikan non-eksistensi limit. Karena mahasiswa (dan buku ajar) gagal memilih jalur yang tepat (jalur $x=y^2$), hal ini menghambat proses pencapaian kesimpulan yang benar.

Perlu diperkenalkan strategi heuristik dalam buku ajar, yang mengajarkan mahasiswa untuk mencari jalur non-linear, terutama yang dapat menyeimbangkan derajat pembilang dan penyebut (misalnya, membuat x berderajat sama dengan y2 seperti pada $x=y^2$) .Kegagalan ini menyentuh tahap Transformation dan Process Skill. Kesalahan transformasi terjadi dalam memilih strategi pembuktian, yang kemudian berakibat pada kegagalan *process skill* untuk melaksanakan strategi non-linear.

Jika buku ajar hanya menyediakan hasil tanpa panduan *heuristik*, mahasiswa akan menganggap limit multivariabel sebagai sihir atau keberuntungan dalam memilih jalur (Mata Ratu et al., 2020). Hal ini menghambat perkembangan pemikiran matematis tingkat tinggi yang diperlukan untuk analisis. Pembelajaran harus memperkenalkan metode balancing degree sebagai heuristik, di mana mahasiswa didorong untuk membuat derajat pembilang dan penyebut pada fungsi limit menjadi seimbang untuk mencari potensi jalur non-eksisten. Ini adalah keterampilan proses yang harus diajarkan secara eksplisit untuk menjembatani kesenjangan antara teori dan aplikasi.

4. Fungsi f(x,y) (yang limitnya tidak ada) disajikan. Buku menyimpulkan bahwa karena limit tidak ada, maka fungsi kontinu. (Kontradiksi fatal). Buku menyatakan limit fungsi yang sama adalah 0 (kesalahan faktual, lihat Halaman 40) dan menyimpulkan fungsi kontinu. Ini adalah miskonsepsi terjelas: (1) Mengklaim fungsi kontinu meskipun limitnya tidak ada, dan (2) Mengklaim limit ada (0) padahal sebenarnya tidak ada ($\frac{1}{2}$melalui jalur x=y^2).

Contoh Apakah $f(x,y)=x^2y-3xy^2+y^3$ kontinu di titik $(-1,2)$?
Nilai fungsi dan limit di $(-1,2)$ sama yaitu 22. Jadi f kontinu di titik (-1,2).

Contoh Apakah $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^2}{x^2+y^4}, \textit{jika } (x,y)\neq(0,0)\\ 0, \textit{jika } (x,y)=(0,0)\end{cases}$

kontinu di (0,0)?

(i) $f(0,0)=0$

(ii) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{xy^2}{x^2+y^4}$ tidak ada (berdasar contoh sebelumnya)

(iii) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{xy^3}{x^2+y^4}\neq f(0,0)$.

[Gambar 4. Limit fungsi.]

Kesalahan ini secara langsung berkaitan dengan temuan Simamora et al. (2025) yang menekankan bahwa konsep limit adalah fondasi utama yang menopang keseluruhan struktur teori fungsi dan pembuktian matematika formal. Simamora et al. (2025) mencatat bahwa kesalahan mahasiswa sering kali mencerminkan lemahnya pemahaman terhadap struktur logika formal dan penggunaan simbol dalam konteks matematika.

Untuk mengatasi miskonsepsi ini, pembelajaran harus berfokus pada penguatan pemahaman konseptual limit, bukan sekadar prosedur (Simamora et al., 2025). Dalam konteks kekontinuan multivariabel, harus ditekankan bahwa: lim(x,y)→(a,b)f(x,y)ada harus dipenuhi terlebih dahulu. Kegagalan eksistensi limit,yang disebabkan ketidakmampuan buku ajar dalam mengidentifikasi jalur non-linear kritis,harus segera disimpulkan sebagai diskontonuitas sesuai dengan formal. Kesalahan ini tergolong pada tahap Comprehension (Pemahaman) dan Transformation (Transformasi) (Simamora et al., 2025). Kesalahan pemahaman terjadi karena buku ajar gagal mentransformasikan definisi formal kekontinuan yaitu jika Syarat (2) (limit harus ada) gagal, maka fungsi harus diskontinu menjadi kesimpulan yang benar.

Kesalahan faktual dan logis ini mengklaim limit adalah 0 dan kontinu dapat merusak *skema* konseptual mahasiswa. Mahasiswa akan sulit membedakan antara diskontinuitas yang disebabkan oleh nilai fungsi yang tidak sama dengan limit, dan diskontinuitas yang disebabkan oleh non-eksistensi limit. (Ayus

Riana Isnawati, 2022) menekankan bahwa pengembangan buku ajar harus selaras dengan kurikulum dan prinsip kebenaran ilmiah; miskonsepsi ini jelas melanggar prinsip tersebut.

Dosen harus menekankan pentingnya logika *if and only if* dalam definisi matematika, menggunakan kerangka pembuktian formal (Simamora et al., 2025). Pembelajaran harus difokuskan pada penguatan pemahaman bahwa kegagalan salah satu dari tiga syarat kekontinuan mutlak mengarah pada diskontinuitas.

5. Pada perhitungan f_{yz} dari $f(x,y)=5x^2-3xy^3+\frac{1}{2}y^2$, turunan parsial dari suku $\frac{1}{2}y^2$ (atau suku y) terhadap x dihitung sebagai 1 (atau bukan 0), padahal seharusnya 0 karena y diperlakukan sebagai konstanta. Ini menunjukkan miskonsepsi dasar mengenai sifat variabel konstan dalam Tentu, mari kita fokus pada miskonsepsi paling krusial mengenai Kekontinuan Fungsi Dua Peubah. Miskonsepsi ini adalah yang paling layak menjadi fokus utama pembahasan jurnal karena melibatkan kesalahan logis dan kesalahan faktual secara bersamaan.

Contoh Diberikan $f(x,y)=5x^2-3xy^3+\frac{1}{2}y^2$. Tentukan turunan parsial keduanya.

Turunan parsial pertamanya adalah:

$$f_x=10x-3y^3; \qquad f_y=-9xy^2+y$$

Turunan parsial keduanya adalah:

$$f_{xx}=\frac{\partial f}{\partial x}(10x-3y^3)=10$$

$$f_{xy}=\frac{\partial}{\partial y}(10x-3y^3)=-9y^2$$

$$f_{yx}=\frac{\partial}{\partial x}(-9xy^2+y)=-9y^2 \quad f_{yy}=\frac{\partial}{\partial y}(-9xy^2+y)=-18xy+1$$

[Gambar 5. turunan parsial.]

Pada perhitungan turunan parsial campur f_{yx}, buku ajar menunjukkan kekeliruan konseptual mendasar, yang dapat dikategorikan sebagai kesalahan *process skill*.

Buku ajar menghitung $\frac{\partial}{\partial x}(-9xy^2+y)$ sebagai $\frac{\partial}{\partial x}(-9xy^2)+1$ (padahal seharusnya 0). Kesalahan ini menunjukkan kegagalan untuk memperlakukan variabel yang konstan (yaitu y) sebagai nol dalam proses diferensiasi parsial terhadap x.

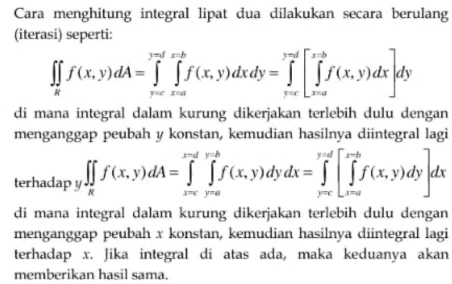
Kesalahan ini diperkuat oleh temuan Nasution (2018) pada materi fungsi dua peubah, yang menemukan bahwa kesalahan mahasiswa paling banyak terjadi pada tahap process skill. Meskipun Nasution (2018) mengaitkan hal ini dengan kurangnya kemampuan aljabar dasar dan kemampuan mencari turunan fungsi, miskonsepsi dalam buku ajar ini menunjukkan kelemahan konseptual yang lebih dalam: pemahaman tentang peran variabel konstan dalam turunan parsial.

Pendas : Jurnal Ilmiah Pendidikan Dasar,
ISSN Cetak : 2477-2143 ISSN Online : 2548-6950
Volume 10 Nomor 04, Desember 2025

Kesalahan ini dominan pada tahap Process Skill (Keterampilan Proses). Keterampilan proses yang gagal adalah kemampuan untuk mengisolasi dan memperlakukan variabel yang konstan selama proses diferensiasi.

Miskonsepsi ini menunjukkan bahwa mahasiswa belum sepenuhnya membedakan antara turunan total (di mana dxdy melibatkan Aturan Rantai) dan turunan parsial (di mana ∂x∂y adalah nol jika y dan x independen). Nasution (2018) menemukan bahwa kesalahan terbesar mahasiswa memang pada *process skill*, yang sering kali disebabkan oleh kelemahan pada konsep turunan fungsi dasar. Penting untuk menggunakan metode pengajaran yang merepresentasikan secara visual dan simbolik perbedaan turunan total dan parsial. Dosen dapat menggunakan representasi yang jelas bahwa "variabel selain variabel diferensiasi adalah konstanta, dan turunan konstanta adalah nol" . Latihan harus secara eksplisit menguji kemampuan mahasiswa untuk mengidentifikasi mana yang variabel dan mana yang konstanta dalam setiap operasi turunan parsial.

6. Anggapan bahwa **urutan integrasi pada integral rangkap dua dapat ditukar secara bebas tanpa mengubah batas integrasinya.** Buku memberikan representasi:



Cara menghitung integral lipat dua dilakukan secara berulang (iterasi) seperti:

$$\iint_R f(x,y)\,dA = \int_{y=c}^{y=d}\int_{x=a}^{x=b} f(x,y)\,dx\,dy = \int_{y=c}^{y=d}\left[\int_{x=a}^{x=b} f(x,y)\,dx\right]dy$$

di mana integral dalam kurung dikerjakan terlebih dulu dengan menganggap peubah y konstan, kemudian hasilnya diintegral lagi terhadap y

$$\iint_R f(x,y)\,dA = \int_{x=c}^{x=d}\int_{y=a}^{y=b} f(x,y)\,dy\,dx = \int_{y=c}^{y=d}\left[\int_{x=a}^{x=b} f(x,y)\,dy\right]dx$$

di mana integral dalam kurung dikerjakan terlebih dulu dengan menganggap peubah x konstan, kemudian hasilnya diintegral lagi terhadap x. Jika integral di atas ada, maka keduanya akan memberikan hasil sama.

[Gambar 6. Urutan integrasi.]

$$\iint_R f(x,y)dA = \int_{y=c}^{d}\int_{x=a}^{b} f(x,y)dx\,dy$$
$$= \int_{x=a}^{b}\int_{y=c}^{d} f(x,y)dy\,dx$$

Tanpa menegaskan bahwa kesetaraan ini hanya berlaku untuk **daerah persegi panjang** dengan batas konstan. Penyajian seperti ini berpotensi menimbulkan miskonsepsi bahwa pergantian urutan integrasi selalu dapat dilakukan tanpa perubahan analisis batas. Sifat Daerah Sederhana-x dan Sederhana-y Tidak Dijelaskan dengan Memadai. Dalam integral rangkap dua, daerah integrasi dapat dibedakan menjadi:

- **Daerah sederhana-y**: batas x konstan ($misalnya\ a \leq x \leq b$) sementara batas y bergantung pada x.
- **Daerah sederhana-x**: batas y konstan ($misalnya\ c \leq y \leq d$) sementara batas x bergantung pada y.

Kedua tipe daerah ini menentukan batas integrasi pada urutan integrasi tertentu. Ketika urutan integrasi dibalik, batas daerah harus diekspresikan kembali, sebab hubungan antara variabel dapat berubah total. Buku tidak menegaskan hal ini, sehingga mahasiswa mudah menyimpulkan bahwa perbedaan urutan integrasi bersifat "formal", bukan konseptual

Miskonsepsi ini menyebabkan beberapa kesalahan umum: Mahasiswa menggunakan **batas yang sama** ketika menukar $dx\,dy$ menjadi $dy\,dx$ sehingga integral menjadi merepresentasikan **daerah yang salah,** Mahasiswa gagal membedakan antara daerah persegi panjang dan daerah curvilinear, Mahasiswa menganggap bahwa penukaran integrasi hanyalah pergantian simbol, bukan **rekonstruksi geometri daerah,** Pada kasus daerah tidak persegi panjang (misalnya dibatasi kurva), mahasiswa kesulitan menentukan batas baru karena sejak awal mereka tidak memahami bahwa urutan integrasi berkaitan langsung dengan struktur daerah.

Temuan ini sejalan dengan penelitian oleh (Meliyana et al., 2024) yang menunjukkan bahwa mahasiswa sering melakukan *process error* dan *transformation error* dalam integral lipat dua, terutama dalam menentukan batas daerah ketika urutan integrasi diubah.

Secara teori, identitas berikut:

$$\iint_R f(x,y)dA = \int_{y=c}^{d}\int_{x=a}^{b} f(x,y)dx\,dy$$
$$= \int_{x=a}^{b}\int_{y=c}^{d} f(x,y)dy\,dx$$

hanya berlaku jika daerah integrasi adalah persegi panjang $[a,b]\times[c,d]$. Pada daerah yang lebih umum, misalnya:

$$R = \{(x,y)|0 \le x \le y, 0 \le y \le 2\}$$

maka urutan integrasi **harus menghasilkan batas yang berbeda.** Sebagai contoh:

$$\iint_R f(x,y)dA = \int_{y=0}^{2}\int_{x=0}^{y} f(x,y)dx\,dy$$

tetapi ketika urutannya dibalik:

$$\iint_R f(x,y)dA = \int_{x=0}^{2}\int_{y=x}^{2} f(x,y)dy\,dx$$

Batas integral yang benar hanya diperoleh dari memproyeksikan daerah pada arah sumbu yang sesuai. Tanpa rekonstruksi geometri ini, siswa hampir pasti memperoleh integral yang salah.

7. Adanya kecenderungan penyajian yang mengaburkan perbedaan antara *luas proyeksi* dan *volume benda pejal*.

Catatan: Jika $f(x,y) \geq 0$, maka integral di atas ditafsirkan sebagai volum benda pejal di atas daerah R dan di bawah permukaan $z = f(x,y)$ yaitu

$$\text{Volum} = \int_{y=c}^{y=d} \int_{x=a}^{x=b} f(x,y)\, dx\, dy \qquad (1)$$

Jika $f(x,y) = 1$, maka volum benda menjadi sama dengan luas R.

$$\text{Luas} = \int_{y=c}^{y=d} \int_{x=a}^{x=b} dx\, dy \qquad (2)$$

[Gambar 7. luas proyeksi dan volume benda pejal.]

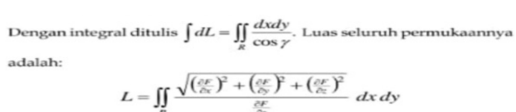
Secara spesifik, pernyataan dalam buku bahwa $\iint R\, 1\, dA$ menghasilkan "volume" dipaparkan tanpa konteks yang memadai, sehingga memungkinkan terjadinya generalisasi keliru: mahasiswa menganggap integral lipat dua dari fungsi konstan secara otomatis merepresentasikan volume ruang. Padahal, secara matematis $\iint R\, 1\, dA$ menghitung luas daerah R pada bidang xy hasil tersebut hanya kebetulan dapat diinterpretasikan sebagai volume bila integrand merepresentasikan tinggi konstan ($mis. z = -1$) di atas R. Dengan kata lain, volume benda pejal di bawah permukaan $z = f(x,y)$ baru terdefinisi sebagai $\iint Rf(x,y)\, dA$ apabila f memang menyatakan ketinggian pada setiap titik (x,y)

(Allolayuk et al., 2023) melaporkan bahwa banyak mahasiswa melakukan *conceptual error* ketika mengaplikasikan integral untuk menghitung luas atau kuantitas geometris lain karena tidak menyadari hubungan antara integrand dan makna fisik yang diakumulasikan. (Kurudirek et al., 2025) menambahkan bahwa kebiasaan menghafal prosedur tanpa penekanan pada interpretasi menyebabkan generalisasi yang salah termasuk menganggap integral lipat dua selalu berkaitan dengan volume. Lebih jauh, analisis problem-solving (Fitri et al., 2025) menunjukkan bahwa miskonsepsi serupa bukan sekadar kesalahan simbolik, melainkan memengaruhi kemampuan mahasiswa menyusun strategi pemecahan masalah pada soal-soal aplikasi integral multivariat.

Implikasi pedagogis dari temuan ini adalah perlunya penguatan pada tiga aspek utama dalam pengajaran integral lipat dua. Pertama, instruksi harus menekankan interpretasi integrand latihan harus mencakup berbagai contoh (integrand = 1, integrand = konstanta $c \neq 1$, integrand = kepadatan, integrand = ketinggian $z = f(x,y)$ sehingga mahasiswa terbiasa mengaitkan hasil integral dengan kuantitas f yang diakumulasikan. Kedua, penggunaan visualisasi (sketsa daerah, model 3-D sederhana, perangkat lunak GeoGebra/CalcPlot3D) perlu di integrasikan untuk mempertegas perbedaan antara luas proyeksi dan volume. Ketiga, soal-soal latihan harus dirancang secara kontekstual: meminta mahasiswa menjelaskan interpretasi fisik hasil integral, bukan sekadar menghitung nilai numerik. Pendekatan ini sejalan dengan rekomendasi penelitian yang menekankan bahwa pemahaman konseptual (bukan semata prosedural) efektif mereduksi kesalahan konsep pada kalkulus multivariat.

Sebagai kesimpulan, miskonsepsi bahwa $\iint R1\, dA$ selalu berarti volume menunjukkan celah konseptual penting dalam pembelajaran kalkulus multivariabel: tanpa pengaitan eksplisit antara integrand dan interpretasi geometrisnya, mahasiswa rentan melakukan generalisasi keliru yang berdampak pada kemampuan pemecahan masalah. Oleh karena itu, pengajaran integral lipat dua harus menggabungkan penjelasan teoritis, representasi visual, dan tugas aplikasi kontekstual untuk memperkuat hubungan antara prosedur komputasi dan makna geometris hasil integral.

8. Pada pembahasan luas permukaan di buku langsung memperkenalkan rumus integral ganda untuk menghitung luas permukaan tanpa terlebih dahulu membangun pemahaman geometris yang diperlukan.


Dengan integral ditulis $\int dL = \iint_R \frac{dxdy}{\cos\gamma}$. Luas seluruh permukaannya adalah:

$$L = \iint_R \frac{\sqrt{(\frac{\partial F}{\partial x})^2 + (\frac{\partial F}{\partial y})^2 + (\frac{\partial F}{\partial z})^2}}{\frac{\partial F}{\partial z}}\, dx\, dy$$

[Gambar 8. pembahasan luas permukaan]

Rumus seperti :

$$dL = \iint_R \frac{dxdy}{\cos\gamma}$$

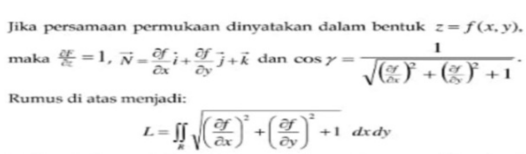
dan bentuk turunannya :

$$L = \iint_R \sqrt{(\frac{\partial F}{\partial x})^2 + (\frac{\partial F}{\partial y})^2 + (\frac{\partial F}{\partial z})^2}\, dxdy$$

disajikan sebagai rumus jadi, tanpa penjelasan mengenai bagaimana elemen luas permukaan dL sebenarnya diturunkan dari konsep vektor normal dan proyeksi bidang. Pendekatan seperti ini berisiko membuat mahasiswa memandang rumus-rumus tersebut sebagai sesuatu yang harus dihafal, bukan sebagai representasi matematis dari konsep geometris yang dalam. Akibatnya, mahasiswa sering kali gagal menangkap hubungan penting antara gradien fungsi yang menunjukkan arah perubahan maksimum dengan vektor normal permukaan yang menjadi dasar perhitungan luas permukaan.

Penelitian (Nurhasanah et al., 2025) mengonfirmasi bahwa mahasiswa yang mempelajari kalkulus multivariabel tanpa dukungan visual yang memadai memang cenderung mengandalkan hafalan rumus tanpa memahami makna geometris yang mendasarinya. Temuan ini diperkuat oleh (Ijuddin & Fitriawan, 2022) yang menekankan bahwa kesalahan pemahaman dalam integral permukaan sering berakar pada tidak dikenalkannya hubungan konseptual antara gradien, bidang singgung, dan elemen luas permukaan. Untuk mengatasi miskonsepsi ini, diperlukan strategi pedagogis yang mencakup visualisasi tiga dimensi menggunakan tools seperti GeoGebra, scaffolding konseptual yang memandu mahasiswa melalui proses penurunan rumus langkah demi langkah, serta pendekatan representasi multipel yang menyajikan konsep yang sama dalam bentuk verbal, grafis, simbolik, dan numerik.

9. Dalam pernyataan mengenai turunan parsial untuk "Jika persamaan permukaan dinyatakan dalam bentuk $z = f(x, y)$, maka $\frac{\partial F}{\partial z} = 1\ldots$ " Buku (Sumadji, 2019) menyatakan bahwa turunan parsial F terhadap z sama dengan 1 tanpa memberikan konteks yang memadai tentang bentuk fungsi implisit yang sebenarnya


Jika persamaan permukaan dinyatakan dalam bentuk $z = f(x, y)$, maka $\frac{\partial F}{\partial z} = 1$, $\vec{N} = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \vec{k}$ dan $\cos\gamma = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + 1}}$.

Rumus di atas menjadi:

$$L = \iint_R \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + 1}\; dx\,dy$$

[Gambar 9. Persamaan permukaan]

Padahal, notasi yang benar harus didasarkan pada bentuk fungsi implisit $F(x, y, z) = f(x, y) - z = 0$.

Barulah berlaku:

$$\frac{\partial F}{\partial z} = -1 \text{dan bukan } 1$$

Ketidakhadiran penjelasan tentang struktur fungsi implisit ini dapat menyebabkan mahasiswa mengembangkan pemahaman yang keliru, yaitu mengira bahwa turunan parsial terhadap variabel yang berdiri sendiri selalu bernilai 1.

Dampak dari kesalahan konseptual ini cukup signifikan. Mahasiswa mungkin akan menggeneralisasi aturan yang salah tersebut ke situasi lain, misalnya dengan mengira bahwa turunan parsial dari (x^2 + yz) terhadap y adalah 1 padahal seharusnya z. Mereka juga mungkin mengalami kesulitan dalam memahami dan menerapkan teorema fungsi implisit, serta melakukan kesalahan dalam menghitung vektor normal permukaan karena komponen gradien F ditentukan secara tidak tepat.

Strategi pedagogis yang direkomendasikan untuk mengatasi masalah ini meliputi protokol klarifikasi notasi yang menekankan bentuk fungsi implisit, pemetaan dualitas antara persamaan dan grafik untuk memperkuat hubungan antara representasi aljabar dan geometris, serta pembelajaran berbasis kesalahan dimana mahasiswa secara aktif membandingkan hasil yang benar dan salah untuk memahami akar permasalahannya.

10. Pada Bab 12, khususnya dalam contoh perhitungan volume, ditemukan miskonsepsi yang terkait dengan penggunaan faktor simetri. Buku (Sumadji, 2019)menyelesaikan soal volume daerah yang dibatasi silinder Bidang $z = y$ hanya menghasilkan nilai "volume di atas bidang $z = 0$" apabila: $y \geq 0$.

Contoh Hitunglah volum benda dibatasi silinder $x^2 + y^2 = 25$, antara bidang $z = y$ dan $z = 0$.
Penyelesaian

$$V = 4\int_{x=0}^{x=5}\int_{y=0}^{y=\sqrt{25-x^2}}\int_{z=0}^{z=y} dz\,dy\,dx = 4\int_{x=0}^{x=5}\int_{y=0}^{y=\sqrt{25-x^2}} [z]_0^y\, dz\,dy\,dx$$

$$= 4\int_{x=0}^{x=5}\int_{y=0}^{y=\sqrt{25-x^2}} y\; dy\,dx = 2\int_{x=0}^{x=5} [y^2]_0^{\sqrt{25-x^2}}\, dx$$

$$= 2\int_{x=0}^{x=5} (25-x^2)\,dx = 2[25x - \tfrac{1}{3}x^3]_0^5 = 166\tfrac{2}{3}.$$

[Gambar 10. Contoh perhitungan volume]

Artinya:

- Pada **Kuadran I (x>0, y>0)** → volume positif.
- Pada **Kuadran II (x<0, y>0)** → volume positif.
- Pada **Kuadran III (x<0, y<0)** → $z = y < 0$, sehingga tidak membentuk volume di antara $z = 0$dan $z = y$.
- Pada **Kuadran IV (x>0, y<0)** → sama seperti III, tidak menghasilkan volume positif.

Kesalahan ini berpotensi menyebabkan mahasiswa menerapkan faktor simetri secara mekanis tanpa memeriksa kondisi simetri yang sebenarnya terpenuhi. Pemahaman mereka tentang hubungan antara fungsi batas dan geometri domain menjadi kabur, dan proses integrasi volume direduksi menjadi prosedur penghitungan tanpa pemahaman konseptual yang mendalam. Untuk memperbaiki miskonsepsi ini, pendekatan pedagogis harus menekankan visualisasi 3D domain menggunakan perangkat seperti GeoGebra untuk secara jelas menunjukkan ketidaksimetrisan. Mahasiswa perlu diberi latihan yang membedakan dengan jelas antara masalah volume dengan bidang batas yang simetris dan yang tidak simetris. Selain itu, pengenalan yang lebih sistematis terhadap sistem koordinat silinder sangat dianjurkan, karena transformasi ke koordinat silinder secara alami dan elegan menangkap domain yang relevan (y lebih besar atau sama dengan nol) tanpa perlu manipulasi faktor simetri yang berisiko salah.

Kesimpulan

Berdasarkan analisis isi yang sistematis terhadap buku ajar *Kalkulus Peubah Banyak* karya Sumadji, penelitian ini mengidentifikasi sepuluh potensi miskonsepsi yang signifikan, mencakup aspek fundamental vektor, limit, turunan parsial, hingga integral rangkap. Miskonsepsi ini timbul akibat ketidakakuratan definisi formal (misalnya, definisi vektor nol) , inkonsistensi notasi dan rumus dasar (seperti rumus pembagian ruas garis) , serta kelemahan dalam menyajikan logika matematis dan konteks geometris. Secara khusus, ditemukan kesalahan faktual dan logis yang fatal, terutama pada pembahasan kekontinuan fungsi dua peubah, di mana fungsi diklaim kontinu meskipun limitnya terbukti tidak ada melalui jalur kritis non-linear.

Implikasi dari temuan ini sangat krusial bagi pendidikan matematika di tingkat perguruan tinggi. Kesalahan dalam bahan ajar, yang merupakan rujukan utama mahasiswa , berpotensi menyebabkan *conceptual error* dan *process skill error* yang mendalam. Mahasiswa rentan mengembangkan pemahaman parsial atau dangkal, seperti menganggap limit multivariabel hanya perlu diuji dengan jalur linear , atau mengira bahwa urutan integrasi pada integral rangkap dapat dibalik secara bebas tanpa menganalisis batas daerah secara geometris. Miskonsepsi ini diperkuat oleh kecenderungan buku ajar yang fokus pada prosedur komputasi tanpa memperkuat justifikasi teoretis dan fundamentalisasi konsep.

Untuk mengatasi tantangan ini, penelitian ini merekomendasikan adopsi strategi pedagogis berbasis pemahaman konseptual. Strategi ini mencakup penekanan eksplisit pada logika formal matematika (seperti syarat eksistensi limit dan kekontinuan) , penggunaan metode multi-representasi termasuk visualisasi 3D untuk membedakan antara luas proyeksi dan volume , serta pengenalan heuristik (misalnya metode *balancing degree* untuk limit) untuk menjembatani kesenjangan antara teori dan aplikasi praktis. Dengan mengimplementasikan pendekatan ini, dosen dapat secara efektif meminimalkan miskonsepsi, mendorong pemikiran matematis tingkat tinggi, dan mengoptimalkan kualitas pembelajaran kalkulus peubah banyak.

Daftar Pustaka

Abbas, M. L. H. (2019). Identifikasi Miskonsepsi Mahasiswa Tadris Fisika Menggunakan Four Tier Diagnostic Test pada Mata Kuliah Kalkulus II. *JMPM: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, *4*(1), 7–16. https://doi.org/10.26594/jmpm.v4i1.1487

Allolayuk, S., Tjenemundan, D., & Ch Fentar, Y. (2023). Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa dalam Menerapkan Integral untuk Menghitung Luas Daerah. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, *7*(2), 4857–4865.

Andriyanti, A., Setyo, A., Lestari, B., Khoiri, M., & Afifah, A. (2025). *Variasi terminologi dalam eksplorasi kesalahan matematika*. *3*(5).

Ayus Riana Isnawati, D. R. O. (2022).

PENGEMBANGAN BUKU AJAR KALKULUS I YANG BERORIENTASI PADA UNITY OF SCIENCES (UoS) Ayus. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, *11*(1), 23–37.

Eka Finanti Septiana Simamora, Imel Simanungkalit, Nurcahaya Br Zandroto, Putri Br Tarigan, & Michael Cristian Simanullang. (2025). Analisis Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika Universitas Negeri Medan dalam Menegasikan Definisi Limit Fungsi. *Khatulistiwa: Jurnal Pendidikan Dan Sosial Humaniora*, *5*(2), 154–163. https://doi.org/10.55606/khatulistiwa.v5i2.5823

Fitri, Y., Fauzan, A., & Gistituati, N. (2025). *MENYELESAIKAN SOAL KALKULUS DITINJAU DARI*. *10*(2), 212–226.

Ijuddin, R., & Fitriawan, D. (2022). *Pemahaman konsep merupakan bagian yang sangat penting dalam memecahkan masalah matematika . Tanpa memahami konsep , matematika akan menjadi kumpulan rumus-rumus yang harus dihafal . Menurut (Kilpatrick et al ., 2001), pemahaman konsep adalah kemampuan d*. *9*(1), 27–38.

Kurudirek, A., Karim, B., Sarhang, D., & Tulqin, S. (2025). Math misconceptions: Mistakes, misunderstanding, and confusion. *Educenter : Jurnal Ilmiah Pendidikan*, *4*(1), 16–25. https://doi.org/10.55904/educenter.v4i1.1322

Mata Ratu, E. N., Garak, S. S., & Samo, D. D. (2020). Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Turunan Parsial. *RANGE: Jurnal Pendidikan Matematika*, *2*(1), 38–46. https://doi.org/10.32938/jpm.v2i1.561

Meliyana, A. F., Leksono, T. M., Nashwa, A., Salam, I., Syifa, I., Sari, R., & Putri, M. (2024). *PENYALAHGUNAAN NARKOBA DI KALANGAN REMAJA KOTA TANJUNG PINANG*. *9*, 58–63.

Mujib, A. (2018). Identifikasi Miskonsepsi Mahasiswa Menggunakan Cri Pada Mata Kuliah Kalkulus Ii. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, *6*(2), 181–192. https://doi.org/10.31980/mosharafa.v6i2.305

Nasution, N. B. (2018). Analisis Kesalahan Mahasiswa Pada Materi Fungsi Dua Peubah Dengan Newmann'S Error Analysis (Nea). *Delta: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, *6*(1), 21. https://doi.org/10.31941/delta.v6i1.730

Nurhasanah, C., Gutriana, A., Oktafiaju, S., Wahyudi Nasution, R., & Dahlya Narpilla, S. (2025). Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa dalam Mempelajari Materi Integral Permukaan pada Mata Kuliah Kalkulus Vektor. *JIS: Journal Islamic Studies*, *3*(2), 97–102. https://doi.org/10.71456/jis.v3i2.1320

Panjaitan, M., Pardede, H., & Hema, Sri, H. (2021). Analisis Miskonsepsi Buku Ajar Fisika SMA Kelas X Pada Materi Vektor. *Jurnal Pendidikan Dan Konseling*, *2*(1), 180–193. http://journal.universitaspahlawan.ac.id/index.php/jpdk/article/view/21301%0Ahttp://journal.universitaspahlawan.ac.id/index.php/jpdk/article/download/21301/15154

Suherman, S., Sumarni, P., Harisman, Y., Sumarwati, S., Sovia, A., & Syaputra, H. (2023). Miskonsepsi Mahasiswa Pada Mata Kuliah Kalkulus Dalam Proses Pembelajaran Daring. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, *12*(2), 2559. https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.7453

Sumadji. (2019). *Kalkulus Peubah Banyak*. Media Nusa Creative.